কিশোর
জ্যামিতি

১৯৫৫ ও পরবর্তী অন্ততঃ দুই বৎসরের জন্য ষষ্ঠ শ্রেণীর পাঠ্য-পুস্তকরূপে পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষৎ কর্তৃক অনুমোদিত।
[২/১২/৫৪ তারিখের নোটিফিকেশন নং সিল/৬৬/৫৪ দ্রষ্টব্য]

কিশোর জ্যামিতি

ষষ্ঠ শ্রেণীর পাঠ্য

শ্রীশম্ভু মুখোপাধ্যায়, বি, এস-সি

প্রাপ্তিস্থান :
বুক সোসাইটি অব ইণ্ডিয়া লিঃ
২, কলেজ স্কোয়ার, কলিকাতা— ১২

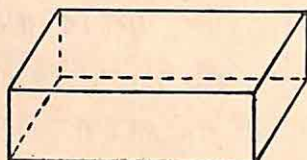
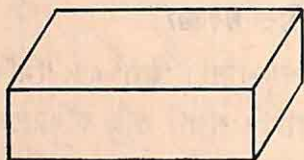
পাঠ পরিচয়

প্রথম অধ্যায়

মূল বিষয় ও প্রাথমিক সংজ্ঞা

জ্যামিতি গণিতশাস্ত্রের একটি বিশেষ শাখা। **'জ্যা'** এবং **'মিতি'** এই দুইটি শব্দ একত্র সংযুক্ত হইয়া জ্যামিতি শব্দটি সৃষ্টি করিয়াছে; 'জ্যা' অর্থাৎ পৃথিবী বা ভূমি এবং 'মিতি' অর্থে পরিমাণ করিবার বা মাপিবার প্রণালী নির্দেশ করে। সুতরাং ব্যুৎপত্তিগত অর্থ অনুসারে জ্যামিতি শব্দের অর্থে পৃথিবী বা ভূমি পরিমাণ করিবার প্রণালী বুঝায়; কিন্তু ইহার দ্বারা জ্যামিতি কথার তাৎপর্য বিশদভাবে বুঝা গেল না। আমরা চতুর্দিকে দৃষ্টিপাত করিলে নানা আকারের ও বিভিন্ন প্রকারের পদার্থ দেখিতে পাই। ইহাদের সকলেই কিছু না কিছু স্থান পূর্ণ করিয়া রহিয়াছে। টেবিল, বাক্স, বল, ইট, বই প্রভৃতি বস্তুগুলি আশে-পাশে কম বেশী স্থান অধিকার করিয়া আছে; পাহাড়, পর্বত, সহর, বন প্রভৃতি পৃথিবী-পৃষ্ঠে কিছু না কিছু ভূমিখণ্ড ব্যাপিয়া রহিয়াছে। বিভিন্ন স্থান আশ্রয় করিয়া অবস্থিত এই সকল বস্তু বা ভূমিখণ্ডের আকার ও আয়তন সম্বন্ধে যাবতীয় জ্ঞান **জ্যামিতি** শাস্ত্রের উপর নির্ভর করে।

উদাহরণস্বরূপ সাধারণ একখানি ইট লইয়া পরীক্ষা করা যাউক। প্রথমতঃ ইটখানি হাতে লইলে কিছুটা ভার মনে হইবে; ইহাতে বুঝা গেল উহার ওজন আছে। দ্বিতীয়তঃ উহা খানিকটা স্থান পূর্ণ করিয়া আছে। ইটখানির বদলে একই আকৃতির একটি কাঠের বাক্স লইয়া পরীক্ষা করিলে দেখা যাইবে যে ওজনের কিছুটা তারতম্য হইলেও উহা একই আয়তনের স্থান অধিকার করিতেছে।

ইটখানি মাটীর দ্বারা এবং বাক্সটি কাঠের দ্বারা তৈয়ারী হইলেও দেখা গেল উহারা একই আয়তনের স্থান পূর্ণ করিতেছে। ইটখানি

বা কাঠের বাক্সটি সরাইয়া লইয়া গেলেও স্থানটি কিন্তু লোপ পায় না, উহা অপূর্ণ থাকে মাত্র। লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে ইটখানি এক দিকে লম্বা, অন্য দিকে চওড়া এবং খানিকটা পুরু। লম্বা, চওড়া ও পুরু ইটখানির এই তিন দিকের বিস্তারকে যথাক্রমে **দৈর্ঘ্য** (length), **প্রস্থ** (breadth) ও **উচ্চতা** বা **বেধ** (height of thickness) বলা হয়।

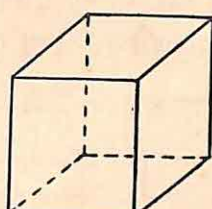
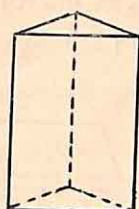
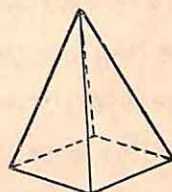
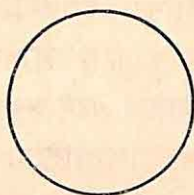
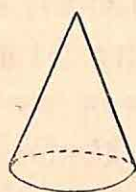
মাত্রা বা আয়তন (Dimensions)

ইটখানির ন্যায় অপর যে কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ জানা থাকিলে উহার সম্বন্ধে একটি পুরাপুরি ধারণা হয় এবং উহার পরিমাণ নির্ণয় করা চলে ; কারণ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ প্রত্যেকেই এক একটি মাপ।

দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ এই তিনটিকে পদার্থের **মাত্রা** বা **আয়তন** বলে। আমরা চারিদিকে যে সকল পদার্থ দেখিতে পাই তাহারা সকলেই এই তিন মাত্রাবিশিষ্ট।

ঘন (*Solid*)

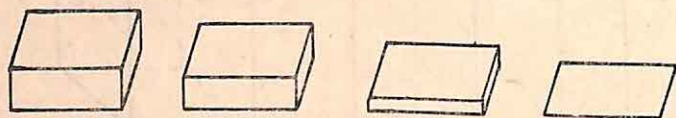
যে সমস্ত পদার্থের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ—এই তিনটি আয়তন বা মাত্রা আছে, তাহাদিগকে **ঘন** পদার্থ (solid) বলে।

ঘনপদার্থের আকার ইহার আয়তনের উপর নির্ভর করে। বিভিন্ন আয়তনবিশিষ্ট ঘন পদার্থের বিভিন্ন নাম দেওয়া হইয়া থাকে। পদার্থের আকার যাহাই হউক না কেন এবং উহা যাহা দ্বারাই গঠিত হউক জ্যামিতিতে উহা ঘন পদার্থ বলিয়া অভিহিত হয়। কোন পদার্থের জড়ত্ব, বর্ণ, কঠিনতা বা উত্তাপ প্রভৃতি জ্যামিতির আলোচ্য বিষয় নহে ; উহার আকার এবং আয়তনই কেবলমাত্র জ্যামিতিতে আলোচিত হয়। প্রদীপের শিখা, জল-বিন্দু, মেঘ, ইট, ফুটবলের মধ্যস্থ বাতাস—এ সকলই জ্যামিতিক অর্থে ঘন পদার্থের উদাহরণ। নিম্নে কয়েকটি ঘনপদার্থের চিত্র দেওয়া হইল।

১। শঙ্কু (Cone) ২। বল (Ball) ৩। পিরামিড (Pyramid)
৪। রুল (Ruler) ৫। ত্রিশির কাঁচ (Prism) ৬। বাক্স (Box)

ঘন পদার্থ মাত্রেই এক বা ততোধিক তল বা পৃষ্ঠদ্বারা সীমাবদ্ধ। তিন মাত্রাবিশিষ্ট ঘন পদার্থের মাত্রা একটি একটি করিয়া লোপ

পাইলে যথাক্রমে—তল, রেখা এবং পরিণতিতে বিন্দুর উৎপত্তি হয় ; ঘন পদার্থের তিনটি মাত্রা বা আয়তন, 'তল' বা 'পৃষ্ঠে'র দুইটি মাত্রা, রেখা এক মাত্রাবিশিষ্ট ও বিন্দু মাত্রাবিহীন।

তল বা পৃষ্ঠ (*Surface*)

এক্ষণে ঘন পদার্থের মাত্রাগুলির হ্রাস সম্বন্ধে আলোচনা করা যাউক। পূর্বে বর্ণিত ইটখানি লক্ষ্য করিলে দেখিতে পাইবে ইহার মোট ছয়টি পৃষ্ঠ আছে। সোজাসুজি উপর হইতে দেখিলে তুমি ইটখানির উপরের পিঠই দেখিতে পাইবে। এক পার্শ্ব হইতে না দেখা পর্যন্ত ইটখানিকে মাত্র একটি পিঠ বলিয়া মনে হইবে ; ঐ পিঠের কোন উচ্চতা নাই, কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে। দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা—ইটখানির এই তিনটি মাত্রা আছে। এক্ষণে ইটখানির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মাপ ঠিক রাখিয়া নিম্নের চিত্রানুযায়ী যদি উহার উচ্চতা ক্রমশঃ কমাইয়া এমন অবস্থার কল্পনা করা যায় যখন ইটখানির উচ্চতা সম্পূর্ণ লোপ পাইবে, তখন ইটখানির আর তিনটি আয়তন থাকিবে না ; দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ব্যতীত ইটখানির আর চিহ্নমাত্র থাকিবে না, সুতরাং উহা দুই মাত্রাবিশিষ্ট পিঠে পরিণত হইবে। এইরূপ পিঠকে তল বলে।

ঘন পদার্থের তলে পরিণতি

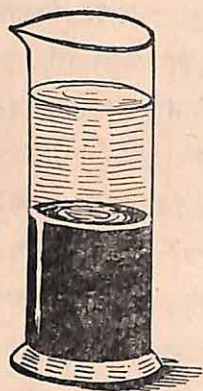
জ্যামিতিতে যাহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে, কিন্তু পুরুত্ব বা বেধ নাই তাহাকে **তল** বলে।

পূর্বোক্ত ইটখানির দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা ঠিক রাখিয়া প্রস্থটিকে

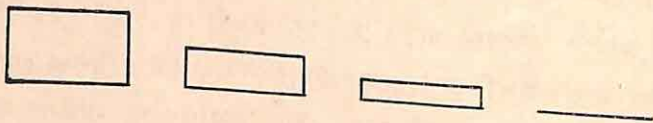
ক্রমশঃ কমাইতে থাকিলে অপর একটি পৃষ্ঠ পাওয়া যাইবে এবং পুনরায় প্রস্থ ও উচ্চতা ঠিক রাখিয়া দৈর্ঘ্য ক্রমশঃ কমাইতে থাকিলে আর একটি পৃষ্ঠ পাওয়া যাইবে। অর্থাৎ ঘন পদার্থের তিনটি মাত্রার যে কোন একটি সম্পূর্ণ বিলুপ্ত হইলে উহা তলে পরিণত হয়। তল দুই মাত্রাবিশিষ্ট। উচ্চতা একেবারেই নাই, অথচ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে এইরূপ তল বা পৃষ্ঠের ধারণা করা কিছু কঠিন। তোমার জ্যামিতি বই-এর একখানি পাতাকেও কিন্তু তল বলিয়া ধরা চলে না, কারণ উহা লম্বা ও চওড়া, তাহা ছাড়া কিছুটা পুরুও বটে। সুতরাং উহা তল নহে,—ঘন পদার্থ। উক্ত পাতাটির দুই পার্শ্বে যে দুইটি পৃষ্ঠা আছে উহাদের তল বা পৃষ্ঠ বলিয়া ধরা যাইতে পারে ; তলের কোন বেধ নাই।

ইটখানির ছয়টি তল দ্বারা উহা বায়ুমণ্ডল হইতে বিচ্ছিন্ন হইয়াছে ; সুতরাং ঐ তল বা পৃষ্ঠগুলির দ্বারা ইটখানির সীমা নির্দিষ্ট হইতেছে। ঘন পদার্থের প্রদত্ত চিত্রগুলি লক্ষ্য করিলে বুঝিতে পারিবে যে বলটি মাত্র একটি তল দ্বারা সীমাবদ্ধ। শঙ্কুর সীমা দুইটি তল, রুলটি তিনটি তল দ্বারা সীমাবদ্ধ, পিরামিড্‌টির সীমা চারিটি তল, ত্রিশির কাঁচখানি ও বাক্সটি যথাক্রমে পাঁচটি ও ছয়টি তল দ্বারা বায়ুমণ্ডল হইতে বিচ্ছিন্ন হইতেছে।

তোমার বসিবার ঘরের যে কোন একটি দেওয়ালের উপরিভাগ অথবা মেঝের উপরিভাগ তলের উদাহরণ। একটি ঢেউশূন্য পুকুরের জলের উপরিভাগ কল্পনা কর ; উহা উপরের বায়ুমণ্ডলের সহিত যেখানে মিশিয়াছে তাহা বায়ুও নহে কিংবা জলও নহে, অথচ জল ও বায়ু পুকুরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থবিশিষ্ট একটি তল বা পৃষ্ঠ দ্বারা বিচ্ছিন্ন হইয়াছে। একটি পাত্রের মধ্যে কিছু পারদ ও জল রাখা হইল ;

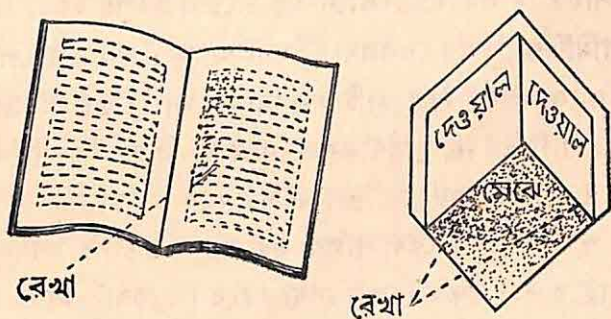
পারদ ও জলের ঘনত্বের পার্থক্য থাকায় উহারা একত্র মিশিবে না। পারদ অপেক্ষাকৃত ভারী হওয়ায় উহা নীচে ও জল উপরে থাকিবে।

জল ও পারদ যেখানে বিচ্ছিন্ন হইয়াছে সেখানে একটি সুন্দর তলের সৃষ্টি হইবে। পারদের উপরিভাগ ও জলের নিম্নভাগ যে তলের দ্বারা বিচ্ছিন্ন হইবে উহা পারদও নহে কিংবা জলও নহে, উহা একটি তল মাত্র। রৌদ্রে তোমার জ্যামিতি বইখানি ধরিলে ভূমিতে উহার ছায়া পড়িবে ; ঐ ছায়ার কোনও পুরুত্ব বা বেধ নাই বলিয়া তুমি উহা ধরিতে পার না, কিন্তু উহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে। ছায়াটি তলের একটি চমৎকার উদাহরণ।

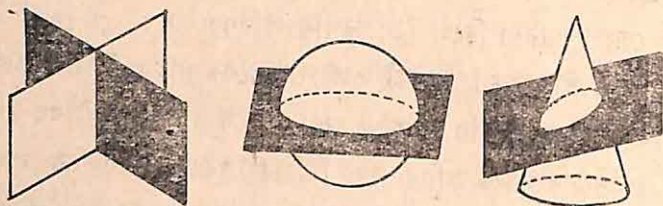
রেখা (Line)

পূর্বেই বলা হইয়াছে যে ইটখানির একটি পৃষ্ঠ, একটি তল এবং ঐ তলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ এই দুইটি মাত্রা আছে। এখন নিম্নে প্রদত্ত চিত্রের মত ঐ তলটির দৈর্ঘ্যকে ঠিক রাখিয়া যদি প্রস্থকে ক্রমাগত কমাইয়া আনা যায় তাহা হইলে অবশেষে আমরা এমন একটি

তল হইতে রেখার উৎপত্তি

অবস্থায় উপস্থিত হইব যখন তলটির আর প্রস্থ মোটেই থাকিবে না, শুধু দৈর্ঘ্যই থাকিবে ; তখন উহা একটি রেখায় পরিণত হইবে।

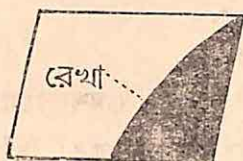
জ্যামিতি অনুসারে যাহার কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য আছে, কিন্তু প্রস্থ ও বেধ নাই তাহাকে **রেখা** বলে। রেখা এক মাত্রাবিশিষ্ট।

এইরূপে বুঝা গেল দুই মাত্রাবিশিষ্ট তলের একটি মাত্রা সম্পূর্ণ-রূপে লোপ করিয়া দিলে উহা রেখায় পরিণত হয়। যে কোন তল রেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ। দুইটি তল পরস্পরের সহিত মিলিত হইলে ঐ মিলনস্থলে রেখার উৎপত্তি হয়। পূর্বে বর্ণিত ইটখানির ছয়টি পিঠ বা তলের দুইটি করিয়া তল মিলিত হইয়া ইটখানির বারটি ধারের সৃষ্টি হইয়াছে; ঐ ধারগুলির কোন প্রস্থ নাই; কারণ প্রস্থ থাকিলে উহারা তলেরই অংশ হইত। এই ধারগুলির প্রত্যেকটি একটি রেখা। তোমার বসিবার ঘরের একটি দেওয়াল ও মেঝে

যেখানে মিলিত হইয়াছে ঐ মিলনস্থলে একটি রেখার সৃষ্টি হইয়াছে। জ্যামিতি বইখানির দুইটি পাতার সংযোগস্থল একটি রেখা। কোন আংশিক জলপূর্ণ চৌবাচ্চায় জলের উপরিতল যেখানে চৌবাচ্চার কোন একটি গাত্রের সহিত মিলিত হয়, সেই মিলনস্থলে সুন্দর রেখার সৃষ্টি হয়। বিভিন্ন প্রকারের অথবা একই প্রকারের দুইটি

তল পরস্পর ছেদ করিলে কিরূপে রেখার সৃষ্টি হয় নিম্নের চিত্র লক্ষ্য করিলে তাহা বুঝা যাইবে।

বিভিন্ন তলের মিলনে রেখার উৎপত্তি

পুকুরে কলসী ভাসিতে থাকিলে কলসীর উপরিতল যেখানে জলের সহিত মিলিত হয় সেখানে একটি রেখা উৎপন্ন হয়।

জ্যামিতিক রেখার কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য আছে ; খুব সূক্ষ্ম পেন্সিল দিয়া কাগজের উপর দাগ কাটিলেও আমরা জ্যামিতির সংজ্ঞানুযায়ী প্রকৃত রেখা পাইব না, কারণ এরূপ দাগেরও কিছুটা বিস্তার আছে। এই বিস্তার এত কম যে ইহাকে শূন্য মনে করিয়া সাধারণ কার্যে এইরূপ সূক্ষ্ম দাগকেই রেখা বলিয়া ধরা হয়। যত সরু করিয়া দাগ কাটা যাইবে উহা ততই বিশুদ্ধ রেখা হইবে। রেখা মোটা হইলে উহার খানিকটা প্রস্থ থাকিয়া যাইবে ; কাজেই উহাকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থবিশিষ্ট তল বালিয়াই ধরা উচিত। পেন্সিলের সূক্ষ্ম অগ্রভাগ দিয়া কাগজের উপর দাগ কাটিয়া ঐ দাগের মাঝামাঝি দৈর্ঘ্যকেই প্রকৃতপক্ষে রেখা বলিয়া ধরা চলিতে পারে। অবশ্য সাধারণতঃ আমরা এমন কোন জিনিসই দেখিতে পাইব না যাহার কোন প্রস্থ ও বেধ নাই, তবে আমরা উহা ধারণা করিতে পারি। একখানি

কাগজ লইয়া যদি আমরা ভাঁজ করি, তাহা হইলে যে দাগটি পড়িবে, তাহাকে একটি রেখা বলা চলে। যথার্থ জ্যামিতিক রেখা

অঙ্কন করা সম্ভব নহে। একখানি সাদা কাগজের এক অংশ কালো কালি দিয়া লেপিয়া দেওয়া হইল ; কাগজের সাদা অংশ ও কালো অংশের সীমায় একটি সুন্দর রেখার সৃষ্টি হইয়াছে। রেখাটি যদি সাদা অংশের অন্তর্গত বলিয়া ধরা হয় তাহা হইলে উহাকে আর সীমা বলিয়া ধরা যায় না। ঐরূপে উহা কালো অংশেরও অন্তর্গত বলিয়া ধরা চলে না। যে কোন অংশের অন্তর্গত ধরিলেই উহার বিস্তার থাকিবে এবং উহা তলের অংশ বলিয়া পরিগণিত হইবে। উপরোক্ত উপায়ে যথার্থ জ্যামিতিক রেখার অনেকটা ধারণা করা যাইতে পারে।

বিন্দু (*Point*)

ঘনের বেধ সম্পূর্ণ লোপ পাইলে উহা তলে পরিণত হয়, আবার তলের প্রস্থ সম্পূর্ণ লোপ করিয়া দিলে উহা কেবলমাত্র রেখায় পরিণত হয়। এখন রেখা হইতে বিন্দুর কল্পনা করা যাউক। কোন একটি রেখা লইয়া যদি ক্রমাগত আমরা উহার দৈর্ঘ্য কমাইতে থাকি, তাহা হইলে অবশেষে আমরা এমন অবস্থায়

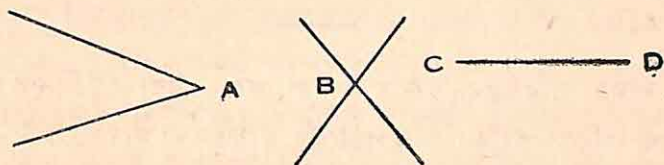
পৌঁছিব যে উহার আর দৈর্ঘ্য মোটেই থাকিবে না, তবে বুঝিতে পারিব যে উহা আছে অর্থাৎ উহার অবস্থিতি আছে ; এই অবস্থায়

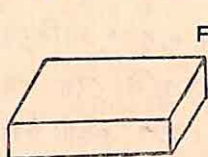
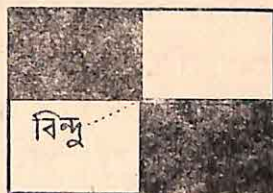
রেখার বিন্দুতে পরিণতি

আমরা একটি বিন্দু পাইব। চিত্রে রেখার দৈর্ঘ্য ক্রমশঃ লোপ পাইয়া কিরূপে উহা বিন্দুতে পরিণত হইল তাহা লক্ষ্য কর। দৈর্ঘ্যই রেখার একটি মাত্র মাত্রা বা আয়তন ; ঐ দৈর্ঘ্য লোপ পাইয়াই রেখাটি বিন্দুতে পরিণত হইল, অতএব বিন্দুর মাত্রা নাই। এজন্য জ্যামিতিতে বিন্দুর নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেওয়া হইয়া থাকে :—

যাহার অবস্থিতি আছে কিন্তু কোন আয়তন অর্থাৎ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নাই তাহাকে **বিন্দু** বলে।

প্রকৃতপক্ষে বিন্দু কল্পনা মাত্র। যাহার কোন আয়তন নাই এরূপ বিন্দু অঙ্কিত করা কখনই সম্ভবপর নহে। পেন্সিলের সূক্ষ্ম অগ্রভাগ দিয়া কাগজের উপর একটি ফুটকির মত চিহ্ন দিলে (.) বিন্দু অঙ্কিত হয়। বর্ণমালার কোন একটি অক্ষর দিয়া বিন্দুটি নির্দেশ করিতে হয়, যেমন— A. (বিন্দু)। ব্যবহারিক ক্ষেত্রে উপরোক্ত ক্ষুদ্রতম চিহ্নকে মোটামুটি বিন্দু বলিয়া ধরা হয়। উহা যতই সূক্ষ্ম হইবে ততই বিশুদ্ধ হইবে ; পেন্সিলের সূক্ষ্ম অগ্রভাগ দিয়া অঙ্কিত সূক্ষ্মতম চিহ্নের কেন্দ্রকে বিন্দু বলিয়া ধরা উচিত। কিন্তু আমরা পেন্সিলের অগ্রভাগ দ্বারা যে বিন্দু অঙ্কিত করি, উহা যতই সূক্ষ্ম হউক না কেন উহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সম্পূর্ণ বিলুপ্ত হইতে পারে না। একটি অতিসূক্ষ্ম ধূলিকণাকেও বিন্দু বলিয়া ধরা চলে না।

দুইটি রেখা যে স্থানে মিলিত হয় সেইটি একটি বিন্দু; দুইটি রেখার ছেদস্থলেও একটি বিন্দুর উৎপত্তি হয়। বিন্দুদ্বারা রেখা

সীমাবদ্ধ। বিন্দুর কোন আয়তন নাই অতএব জ্যামিতিক বিন্দু একটুও স্থান অধিকার করে না। চিত্রে A, B, C ও D চারিটি বিন্দু।

পূর্বে দৃষ্টান্তস্বরূপ যে ইটখানি লওয়া হইয়াছিল, তাহা লক্ষ্য করিলে দেখিতে পাইবে যে উহার বারটি ধার বা কিনারা আছে।

উহাদের প্রত্যেকটিকে একটি রেখা বলিয়া ধরা চলে; যে কোন দুইটি ধার যেখানে মিশিয়াছে সেখানেই একটি বিন্দুর উৎপত্তি হইয়াছে। ইটখানির কোণগুলি এক একটি বিন্দু; চিত্রে F একটি বিন্দু; জ্যামিতি বই-এর কোন পাতার দুইটি ধার অথবা কিনারা যেখানে আসিয়া মিশিয়াছে, সেখানে একটি বিন্দুর সৃষ্টি হইয়াছে। তোমার বসিবার ঘরের পাশাপাশি দুইটি দেওয়াল যেখানে মেঝের সহিত মিশিয়াছে সেই কোণাকে একটি বিন্দু বলিয়া ধরা চলিতে পারে। প্রদত্ত

চিত্রের মত একখানি সাদা কাগজের পর পর চারিটি অংশ যথাক্রমে সাদা ও কালো, সাদা ও কালো এইরূপ চিত্রিত করিলে অংশগুলির

সংযোগস্থলে একটি বিন্দুর সৃষ্টি হয় ; বিন্দুটি সাদাও নয়, কালোও নয়। উপরোক্ত উপায়ে জ্যামিতিক বিন্দুর কিছুটা ধারণা করা যাইতে পারে।

ঘনের পরিকল্পনা হইতে আমরা তল, রেখা ও বিন্দুর পরিকল্পনা করিতে পারি। ঘন পদার্থের আয়তন বা মাত্রা একটি একটি করিয়া লোপ পাইয়া যথাক্রমে তল, রেখা ও বিন্দুর উৎপত্তি হয়। বিপরীতভাবে প্রথমে বিন্দুর ধারণা হইতে আমরা ক্রমে রেখা, তল ও ঘনের পরিকল্পনা করিতে পারি।

জ্যামিতিক সংজ্ঞানুসারে বিন্দুর অবস্থিতি আছে কিন্তু উহা আয়তন বা মাত্রাশূন্য। যদি কতকগুলি বিন্দু এমনভাবে পর পর রাখিয়া যাও যে উহার একটি হইতে অন্যটির কোন দূরত্ব থাকিবে না, তাহা হইলে একটি রেখার সৃষ্টি হইবে। কতকগুলি রেখা পর পর মাঝে কোন ফাঁক না রাখিয়া সাজাইয়া গেলে একটি তল উৎপন্ন হইবে। বোর্ডের উপর একখানি চক পাতাইয়া উহা পাশাপাশিভাবে টানিয়া লইয়া গেলে বোর্ডের কিছু অংশ সাদা দেখা যাইবে ; উহা একটি তল। কতকগুলি তল পর পর রাখিয়া গেলে একটি ঘন পদার্থের সৃষ্টি হইবে। কোন চৌবাচ্চায় নল দিয়া জল প্রবেশ করিতে থাকিলে জলের উপরিতল ক্রমশঃ উত্থিত হয়। ঐ উত্থানের ফলে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থবিশিষ্ট তলটির সহিত তৃতীয় আয়তন উচ্চতা সংযুক্ত হইয়া থাকে এবং ফলে উহা একটি জ্যামিতিক ঘন পদার্থের সৃষ্টি করে।

সরল ও বক্র রেখা (*Straight and Curved Line*)

বিন্দু হইতে কিরূপে রেখার সৃষ্টি হয় তাহা আমরা জানিয়াছি ; এক্ষণে বিভিন্ন প্রকারের রেখা সম্বন্ধে আলোচনা করা যাউক।

একখানি কাগজকে ভাঁজ করিলে ভাঁজের স্থানে যে দাগ পড়ে তাহা একটি সরলরেখা। তোমার জ্যামিতি বইখানির কোন একটি পাতার কিনারা বা ধারও একটি রেখা। জ্যামিতি বই-এর পাতা-খানিকে অপর একখণ্ড কাগজের উপর রাখিয়া ধার বরাবর পেন্‌সিল দ্বারা টানিয়া গেলে যে দাগ পড়িবে তাহাও একটি রেখা। এই রেখাগুলি পরস্পরের অনুরূপ। যে কোন একটিকে অপরটির উপর স্থাপন করিলে উহারা মিলিয়া যাইবে। পেন্‌সিল দ্বারা রেখাটি অঙ্কনের সময় দেখা গিয়াছে যে পেন্‌সিলের অগ্রভাগ বরাবর একদিকেই টানিয়া যাইতে হইয়াছে।

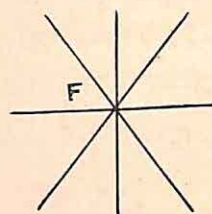
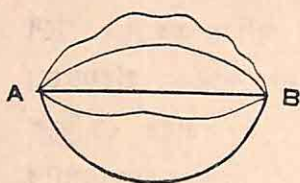
যে রেখা আগাগোড়া একই দিক ধরিয়া চলিয়াছে অর্থাৎ যাহার যে কোন একবিন্দু হইতে অন্যবিন্দু পর্যন্ত যাইতে কোন দিক পরিবর্তন করিতে হয় না জ্যামিতিতে তাহাকে **সরলরেখা** কহে।

এখন একটি তামার পয়সা লইয়া উহাকে একখণ্ড কাগজের উপর চাপিয়া ধর এবং উহার ধার দিয়া পেন্‌সিল টানিয়া যাও ; তাহা হইলে কাগজের উপর একটি রেখা অঙ্কিত হইবে। পূর্বে অঙ্কিত রেখাটি ও এই রেখাটির মধ্যে বিশেষ পার্থক্য রহিয়াছে। এই রেখাটি আঁকিবার সময় পেন্‌সিলের অগ্রভাগ বরাবর একদিকে না যাইয়া ক্রমশঃ ঘুরিয়া গিয়াছে। সরলরেখার পূর্বোক্ত সংজ্ঞানুসারে এই রেখাটিকে আর সরলরেখা বলা চলে না।

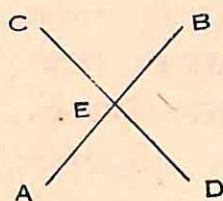
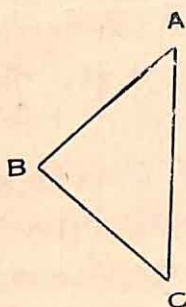
জ্যামিতিতে যে রেখা সরল নহে তাহাকে বক্ররেখা বলে। বক্ররেখার একবিন্দু হইতে অন্য বিন্দু পর্যন্ত যাইতে হইলে দিক

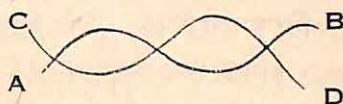
পরিবর্তন করিতে হয়। অতএব যে রেখার গতি বিভিন্নমুখী তাহাকে বক্ররেখা বলে। সরলরেখার প্রান্তবিন্দুদ্বয়ে বর্ণমালার দুইটি অক্ষর বসাইয়া রেখাটির নাম দিতে হয়। পার্শ্বের চিত্রে AB একটি সরলরেখা এবং CD একটি বক্ররেখা।

স্কেল বা রুলারের সাহায্যে সরলরেখা অঙ্কন করিতে হয়। বিভিন্ন প্রকারের রেখার অঙ্কন-প্রণালী হইতেই বুঝিতে পারা যায় যে বিন্দুর গমনপথ দ্বারাই রেখা সূচিত হয়।

প্রথম চিত্রে F যে কোন একটি বিন্দু; এই বিন্দুর মধ্য দিয়া অসংখ্য সরলরেখা টানা যাইতে পারে। দ্বিতীয় চিত্রের মত A ও B দুইটি বিন্দু লও। A হইতে B পর্যন্ত কতকগুলি রেখা অঙ্কিত কর। তোমার ইচ্ছানুসারে তুমি A ও B বিন্দু যোগ করিয়া এরূপ অসংখ্য রেখা অঙ্কন করিতে পার। এক্ষণে লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে ঐ রেখাগুলির মধ্যে মাত্র একটিই সরলরেখা, অন্যগুলি বক্ররেখা। রেখাগুলি পরিমাপ করিলে দেখিতে পাইবে যে সরলরেখাটিই সবচেয়ে ছোট। A ও B বিন্দু সংযুক্ত করিয়া একটি মাত্র সরলরেখাই অঙ্কন করা যায়।

প্রথম চিত্র

দ্বিতীয় চিত্র

A বিন্দু হইতে B বিন্দুর দূরত্ব বলিতে AB সরলরেখাটিকেই বুঝায়।

প্রদত্ত চিত্রের মত AB ও CD দুইটি সরলরেখা এরূপ ভাবে অঙ্কন করা হইল যেন উহারা E বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করে। এই E বিন্দুটি AB রেখার উপর অবস্থিত এবং উহা CD রেখার উপরও অবস্থিত। E বিন্দু ব্যতীত অন্য কোন বিন্দু ঐরূপ নহে। B বিন্দুটির কথাই ধরা যাউক ; B বিন্দুটি AB রেখার উপর অবস্থিত, কিন্তু উহা CD রেখার উপর অবস্থিত নহে। AB রেখার উপর অবস্থিত অন্য যে কোন বিন্দু লইয়া পরীক্ষা করিলেও দেখা যাইবে যে উহা CD রেখার উপর অবস্থিত নহে ; দুইটি বিন্দু যদি দুইটি সরলরেখারই উপর অবস্থিত হয় তাহা হইলে সরলরেখা দুইটি পরস্পর মিলিয়া যাইবে। অতএব দুইটি সরলরেখা একের বেশী বিন্দুতে ছেদ করিতে পারে না ; কিন্তু দুইটি রেখার মধ্যে যদি একটি বক্ররেখা হয় অথবা যদি দুইটিই বক্ররেখা হয় তাহা হইলে উহারা একের বেশী বিন্দুতে ছেদ করিতে পারে।

প্রথম চিত্র

দ্বিতীয় চিত্র

তৃতীয় চিত্র

দুইটি সরলরেখা একের অধিক বিন্দুতে ছেদ করিতে বা মিলিত হইতে পারে না বলিয়া উহারা কোন ক্ষেত্র বেষ্টন করিতে পারে না।

সরলরেখা দ্বারা কোন ক্ষেত্রকে সীমাবদ্ধ করিতে হইলে প্রথম চিত্রের মত অন্ততঃ তিনটি সরলরেখার প্রয়োজন। কিন্তু দ্বিতীয় ও তৃতীয় চিত্র লক্ষ্য করিলে বুঝিতে পারিবে যে, উহাদের মধ্যে যদি একটি বক্ররেখা হয়, অথবা উভয়ই বক্ররেখা হয় তাহা হইলে ঐ রেখা দুইটির দ্বারা কোন ক্ষেত্র বেষ্টিত হইতে পারে। নিম্নে প্রদত্ত AB সরলরেখার যে কোন অংশ CD লইলে উহাও একটি সরলরেখা হইবে।

উপরোক্ত আলোচনা হইতে সরলরেখার কতকগুলি বিশেষ ধর্ম পাওয়া গেল :—

(1) একটি বিন্দুর মধ্য দিয়া অসংখ্য সরলরেখা টানা যায়।

(2) দুইটি বিন্দু যোগ করিয়া একটি মাত্র সরলরেখা টানা যায় এবং দুইটি বিন্দু দ্বারা সরলরেখা নির্দিষ্ট হয়।

(3) দুইটি বিন্দু যোগ করিয়া যতগুলি রেখা টানা যায় তাহার মধ্যে সরলরেখাটিই সবচেয়ে ছোট ; দুইটি বিন্দুর দূরত্ব বলিতে উহাদের সংযোজক সরলরেখাকেই বুঝায়।

(4) দুইটি সরলরেখা একের অধিক বিন্দুতে মিলিত হইতে বা ছেদ করিতে পারে না ; দুইটি সরলরেখার যদি দুইটি সাধারণ বিন্দু থাকে তাহা হইলে সরলরেখা দুইটি পরস্পরের সহিত মিলিত হইবে।

(5) একটি বা দুইটি সরলরেখা দ্বারা কোন ক্ষেত্রই পরিবেষ্টিত হয় না ; সরলরেখা দ্বারা কোন ক্ষেত্রকে সীমাবদ্ধ করিতে হইলে অন্ততঃ তিনটি সরলরেখার প্রয়োজন।

(6) একটি সরলরেখাকে অপর একটি সরলরেখার উপর স্থাপন করিলে উহারা পরস্পর মিলিত হইবে।

(7) একটি সরলরেখার প্রান্তবিন্দু দুইটি অন্য একটি সরলরেখার প্রান্তবিন্দু দুইটির উপর পড়িলে রেখা দুইটি পরস্পর সমান হইবে।

(8) সরলরেখার যে-কোন অংশও সরলরেখা। যে-কোন সরল-রেখাকে উভয় দিকে যতদূর ইচ্ছা বর্ধিত করা যায় ; এইরূপে বর্ধিত রেখাটিও একটি সরলরেখা হইবে।

সমতল ও বক্রতল (*Plane Surface and Curved Surface*)

পূর্বে তলের পরিকল্পনা ও সংজ্ঞা দেওয়া হইয়াছে। আমরা যে সকল ঘন বস্তু দেখিতে পাই, তাহাদের উপরিভাগ বা তল একই প্রকারের নহে। তলকে সাধারণতঃ দুই শ্রেণীতে ভাগ করা হয়— **সমতল ও অসমতল** বা **বক্রতল**।

কোন তলের উপর হাত বুলাইলে যদি উঁচুনীচু বোধ না হয়, তবে উহাকে মোটামুটি সমতল বলা যাইতে পারে। উঁচুনীচু বোধ হইলেই উহাকে বক্রতল বলিতে হইবে। পুস্তকের পাতা, টেবিলের উপরিভাগ, গৃহের মেঝে ইত্যাদি সমতলের উদাহরণ। ডিমের উপরিভাগ, পেন্সিলের উপরিভাগ, ঢেউ-খেলান টিনের ছাদ ইত্যাদি বক্রতলের উদাহরণ।

তোমার টেবিলের উপরিভাগ সমতল কিনা তাহা নিম্নোক্ত উপায়ে পরীক্ষা করা যাইতে পারে। টেবিলের উপর একটি পেন্সিল রাখ ; পেন্সিলটির নিম্নভাগের সীমান্তরেখাটি যদি টেবিলের উপরিতলের গায়ে সর্বতোভাবে লাগিয়া থাকে তবে

উহা সমতল। এক্ষণে ঐ পেন্‌সিলটি যদি একটি বলের উপর স্থাপন কর তবে স্পষ্ট দেখা যাইবে যে, উহার একটি বিন্দু ভিন্ন বাকি অংশটুকু বলের সহিত মিলিয়া নাই; ইহা দ্বারা বুঝা যাইবে বলের উপরিভাগ সমতল নহে।

জ্যামিতিতে সমতলের নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেওয়া হয়ঃ—

কোন তলের উপরিস্থিত দুইটি বিন্দু যোগ করিলে যে সরল-রেখা উৎপন্ন হয়, যদি উহা ঐ তলের উপর সম্পূর্ণরূপে মিলিয়া যায়, তবে ঐ তলটিকে সমতল বলে।

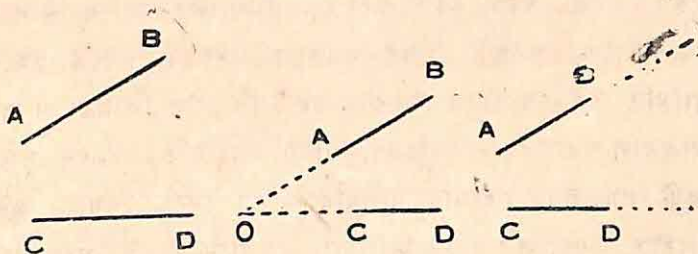
ঘন পদার্থ মাত্রেই এক বা ততোধিক তল দ্বারা বেষ্টিত বা সীমাবদ্ধ। পূর্বে যে সকল ঘন পদার্থের উদাহরণ দেওয়া হইয়াছে তাহাদের চিত্র পরীক্ষা করিলে বুঝিতে পারিবে যে, বলের উপরিভাগ একটি বক্রতল, শঙ্কুর ভূমি একটি সমতল ও উপরিভাগ একটি বক্রতল, রুলের দুইদিকে দুইটি সমতল ও গাত্র একটি বক্রতল দ্বারা সীমাবদ্ধ; পিরামিডের সীমা চারিটি সমতল দ্বারা নির্দিষ্ট, ত্রিশির কাঁচ পাঁচটি সমতল দ্বারা সীমাবদ্ধ এবং ছয়টি সমতল দ্বারা বাক্সটি বেষ্টিত হইতেছে।

তোমার বসিবার ঘরের একটি দেওয়াল ও মেঝে যেখানে মিশিয়াছে সেখানে একটি সরলরেখার সৃষ্টি হইয়াছে। দেওয়াল ও মেঝেকে মোটামুটি সমতল ধরা চলিতে পারে; ইহা হইতে বুঝা গেল যে, দুইটি সমতলের মিলনস্থলে একটি সরলরেখার সৃষ্টি হয়। দুইটি সমতলের ছেদরেখাও একটি সরলরেখা। পুকুরের জলের উপরিতল একটি সমতল; বলের উপরিভাগ একটি বক্রতল; যদি একটি বল পুকুরের জলে ভাসিতে থাকে, তাহা হইলে ঐ সমতল ও বক্রতলের মিলনস্থলে একটি বক্ররেখার সৃষ্টি হইবে।

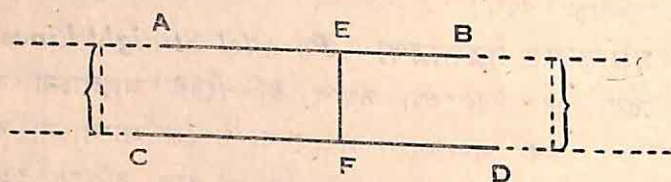
এইরূপে বিভিন্ন প্রকার তলের মিলন অথবা ছেদের ফলে বিভিন্ন প্রকারের রেখার সৃষ্টি হয়। যদি কোন সরলরেখার কোন একটি প্রান্তবিন্দু স্থির রাখিয়া উহাকে কোনরূপ উঁচুনীচু না করিয়া সমান ভাবে ঘুরান যায়, তবে সেই সরলরেখা একটি সমতল সৃষ্টি করিবে।

আমাদের এই জ্যামিতিতে আমরা সমতলে অবস্থিত বিন্দু, সরলরেখা ও বক্ররেখার পরস্পর সম্বন্ধ নির্ণয় বিষয়ে আলোচনা করিব। এই জন্য এই জ্যামিতিকে **সামতলিক জ্যামিতি** (Plane Geometry) বলে।

সমান্তরাল সরলরেখা (***Parallel Straight Lines***)

রেখা এবং সরলরেখা সম্বন্ধে ইতিপূর্বেই আলোচনা করা গিয়াছে। এখন সমান্তরাল সরলরেখা সম্বন্ধে আলোচনা করা যাউক। সমান্তরাল সরলরেখা কাহাকে বলে বুঝিতে হইলে সমতল ও সরলরেখা সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা থাকা চাই।

উপরের চিত্রানুযায়ী AB ও CD দুইটি সরলরেখা অঙ্কিত কর। এখন রেখা দুইটিকে যথাক্রমে A ও C-এর দিকে বর্ধিত করিলে দেখা যাইবে, উহারা O বিন্দুতে মিলিত হয়; কিন্তু বিপরীত দিকে অর্থাৎ B ও D-এর দিকে বর্ধিত করিলে, রেখা দুইটির ব্যবধান ক্রমশঃ বাড়িতে থাকে এবং ঐ দিকে উহারা কখনও

মিলিতে পারে না। এখানে দেখা গেল, রেখা দুইটি উভয় দিকে বর্ধিত করিলে একদিকে উহারা মিলিত হয়, কিন্তু অপরদিকে মিলিত হইবার কোন সম্ভাবনা নাই।

এখন নিম্নের চিত্রানুসারে AB ও CD রেখা অঙ্কিত করিয়া A ও C এবং B ও D এই উভয়দিকে বর্ধিত করিয়া দেখ যে, কোন দিকেই উহারা কখনও মিলিত হইবে না এবং উহাদের দূরত্ব EF সর্বদাই সমান থাকিবে।

এইরূপ দুই বা ততোধিক সরলরেখাকে **সমান্তরাল সরলরেখা** কহে। কিন্তু এখানে একটি কথা মনে রাখিতে হইবে যে, ঐ সরলরেখাগুলিকে অবশ্যই একই সমতলে অবস্থিত হইতে হইবে। জ্যামিতি বই-এর পৃষ্ঠার যে-কোন দুইটি বিপরীত কিনারা বা 'ধার' সমান্তরাল সরলরেখার উদাহরণ, কারণ জ্যামিতি বই-এর পৃষ্ঠাটি একটি সমতল। তোমার বসিবার ঘরের মেঝে যেখানে দুইটি বিপরীত দেওয়ালের সহিত মিশিয়াছে, সেখানে যে-দুইটি সরলরেখার উৎপত্তি হইয়াছে উহারা সমান্তরাল, কারণ উহারা একই সমতল মেঝেতে অবস্থিত। যে সমস্ত সরলরেখা বিভিন্ন সমতলে অবস্থিত থাকিয়া উভয়দিকে বর্ধিত হইলেও কখনই পরস্পর মিলিত হয় না, তাহারা পরস্পর সমান্তরাল হইবে না। এই কারণে তোমার টেবিলের উপর ও মেঝের উপর যদি এমন দুইটি সরলরেখা লও

যে তাহাদিগকে উভয়দিকে বর্ধিত করিলেও কখনই পরস্পর মিলিত না হয়, তথাপি তাহারা সমান্তরাল সরলরেখা হইবে না; টেবিলের উপরিভাগ ও মেঝে দুইটি বিভিন্ন সমতল। সমান্তরাল সরলরেখাগুলি এক সমতলে অবস্থিত হওয়া চাই-ই। ঘরের মেঝে ও উহার দৈর্ঘ্যের দিকের দেওয়ালের মিলনে যে সরলরেখা উৎপন্ন হইয়াছে সেই রেখা লক্ষ্য কর; এখন ছাদ ও প্রস্থের দিকের দেওয়ালের মিলনে উৎপন্ন রেখাটি লক্ষ্য কর; এই দুইটি রেখা উভয়দিকে বর্ধিত করিলে পরস্পর মিলিত হইবে না। কিন্তু তাহা সত্ত্বেও ইহারা সমান্তরাল নহে। এই প্রকার সরলরেখাকে **নৈকতলীয় রেখা** (Skew Lines) বলে।

দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করিলে তাহারা উভয়েই অপর একটি সরলরেখার সমান্তরাল হইতে পারে না। কোন বিন্দুর মধ্য দিয়া একটি মাত্র সরলরেখা টানা যাইতে পারে, যাহা অন্য একটি সরলরেখার সহিত সমান্তরাল হইবে। সমান্তরাল সরলরেখার এই বিশেষ ধর্মকে **প্লেফেয়ারের স্বতঃসিদ্ধ** (Playfair's Axiom) বলে।

অনুশীলনী

1. জ্যামিতি কাহাকে বলে? সামতলিক জ্যামিতি বলিতে কি বুঝ?

(a) মাত্রা কাহাকে বলে?

(b) একখানি ইটের মাত্রা বর্ণনা করিতে কয়টি মাপের প্রয়োজন?

(c) পুস্তকের একখানি পাতার আয়তন বর্ণনার জন্য কয়টি মাপের প্রয়োজন? পাতাটির একটি ধার-এর আয়তন নির্ধারণের জন্য কয়টি মাপ হইবে?

3. জ্যামিতিক ঘন বলিতে কি বুঝ? সমতল দ্বারা বেষ্টিত কয়েকটি ঘন-এর উদাহরণ দাও। একটি মাত্র বক্রতল দ্বারা বেষ্টিত ঘন পদার্থের উদাহরণ দাও। প্রদীপের শিখা ও এক ফোঁটা জলকে ঘন পদার্থ বলিয়া ধরা চলে কি?

4. ঘন-এর পরিকল্পনা হইতে আমরা কিরূপে তল, রেখা ও বিন্দুর পরিকল্পনা করিতে পারি তাহা বুঝাইয়া দাও। বিন্দুর ধারণা হইতেই বা কিরূপে ক্রমে ঘন-এর পরিকল্পনা করিতে পারি তাহা বুঝাইয়া দাও।

5. জ্যামিতি বই-এর একখানি পাতাকে তলের উদাহরণ বলা চলে কি? তুমি সাধারণতঃ যে সকল পদার্থ দেখিতে পাও তাহা হইতে কয়েকটি আদর্শ তলের উদাহরণ দাও। "সমতল" পরীক্ষার উপায় কি?

6. "রেখা এক মাত্রাবিশিষ্ট"—একথার তাৎপর্য কি? তোমাদের স্কুলগৃহের ও তোমাদের সর্বদা ব্যবহারের জিনিস হইতে প্রকৃত রেখার উদাহরণ দাও। একটি সরু সূতা অথবা সূক্ষ্ম পেন্‌সিলের দাগকে প্রকৃতপক্ষে রেখা বলা চলে কি?

7. (a) "স্থূলরেখা প্রকৃতপক্ষে রেখা নহে।"—উহা কি?
(b) "যথার্থ জ্যামিতিক বিন্দু অঙ্কন অসম্ভব"—একথার তাৎপর্য কি?

8. (a) একটি বিন্দুর মধ্য দিয়া কতকগুলি সরলরেখা অঙ্কিত করা যায়?
(b) দুইটি বিন্দুর দূরত্ব বলিতে কি বুঝা যায়?
(c) যেকোন তিনটি বিন্দুর মধ্য দিয়া একটি সরলরেখা আঁকা যায় কি?
(d) কোন ক্ষেত্র বেষ্টন করিতে কমপক্ষে কয়টি সরলরেখার প্রয়োজন?

9. সরলরেখার ধর্মগুলি আলোচনা কর। "দুইটি সমতলের ছেদরেখা একটি সরলরেখা।"—উদাহরণ সাহায্যে বুঝাইয়া দাও।

10. সমতল কাহাকে বলে? উদাহরণ সাহায্যে বক্রতলের সহিত উহার পার্থক্য বুঝাইয়া দাও। একটি আপেল ভেদ করিয়া একটি সূঁচ ফুটাইয়া দিলে যে দুইটি বিন্দুতে উহা আপেলের উপরিতলকে ছেদ করিল তাহাদের সংযোজক সরলরেখা আপেলের উপরিতলের উপর সম্পূর্ণরূপে অবস্থিত হইবে কি? ইহার দ্বারা আপেলের উপরিতল কিরূপ তল প্রমাণিত হইল?

11. উদাহরণ সাহায্যে সমান্তরাল সরলরেখা কাহাকে বলে বুঝাইয়া দাও।

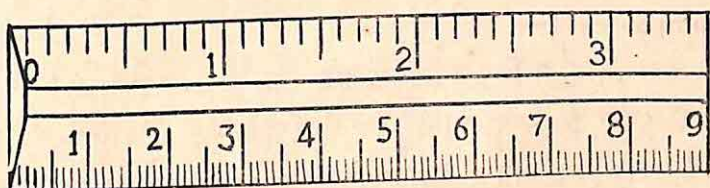
12. এমন দুইটি সরলরেখার উদাহরণ দাও যাহারা সমান্তরাল নহে অথচ উভয়দিকে বর্ধিত করিলেও কখনও মিলিত হইবে না। উহাদের কি রেখা বলে?

দ্বিতীয় অধ্যায়

ব্যবহারিক জ্যামিতিতে অঙ্কন ও পরিমাণের জন্য ব্যবহৃত যন্ত্রসমূহ

জ্যামিতিশিক্ষার জন্য নানাপ্রকার চিত্র অঙ্কনের প্রয়োজন হইবে। যন্ত্রের সাহায্য ব্যতীত এই সকল চিত্র বিশুদ্ধভাবে অঙ্কন সম্ভব নহে। জ্যামিতিশিক্ষার্থীর প্রয়োজনীয় যন্ত্রসমূহ যন্ত্রের বাক্সে (Instrument Box) পাওয়া যায়। জ্যামিতিশিক্ষার্থী সকলেরই এরূপ একটি যন্ত্রের বাক্স সংগ্রহ করা প্রয়োজন। কেবলমাত্র পেন্‌সিলের সাহায্যে জ্যামিতিক চিত্রসমূহ বিশুদ্ধভাবে অঙ্কন সম্ভব নহে।

ইউক্লিডের প্রণালী অনুসারে ব্যবহারিক জ্যামিতিতে কেবলমাত্র নিম্নলিখিত যন্ত্র দুইটির ব্যবহার অনুমোদিত।

(1) একখানি সরল রুলার বা স্কেল (Straight Ruler or Scale)—**রেখাঙ্কন যন্ত্র বা মাপনী** :—

সরল রুলার বা স্কেল

যন্ত্রের বাক্সে ছাত্রদের ব্যবহারের জন্য যে স্কেল থাকে উহা কাষ্ঠনির্মিত ছয় ইঞ্চি লম্বা একটি চেপ্টা যন্ত্র। ইহার গায়ে দাগ কাটা থাকে। এক পার্শ্বে প্রত্যেক এক **ইঞ্চি** অন্তর একটি করিয়া

বড় দাগ থাকে ও অপর পার্শ্বে প্রত্যেক এক সেণ্টিমিটার অন্তর একটি বড় দাগ থাকে। প্রত্যেক ইঞ্চি আবার ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র দশ ভাগে বিভক্ত থাকে এবং অন্য ধারে প্রত্যেক সেন্টিমিটারও ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র দশ ভাগে বিভক্ত থাকে। সুতরাং স্কেলের ইঞ্চির চিহ্নের ধারে প্রত্যেকটি ছোট দাগের দৈর্ঘ্য এক ইঞ্চির দশ ভাগের এক ভাগ এবং অন্য ধারে ঐরূপ ক্ষুদ্র দাগগুলির প্রত্যেকটির পরিমাণ এক সেন্টিমিটারের দশমাংশ বা এক মিলিমিটার। সেন্টিমিটার ও ইঞ্চির মাপের তুলনা পরে জানিতে পারিবে। সরল রুলার বা স্কেলের সাহায্যে—

(a) কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা আঁকা যায়।

(b) কোন প্রদত্ত সরলরেখার দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যায়।

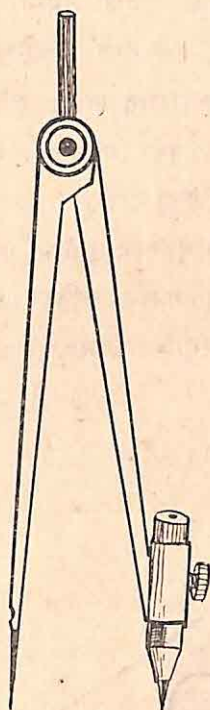
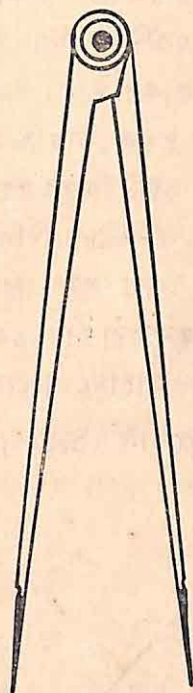
(c) একটি প্রদত্ত সরলরেখার সমান করিয়া অপর একটি সরলরেখা অঙ্কন করা যায়।

(d) বিভিন্ন সরলরেখার দৈর্ঘ্যের তুলনা ও পার্থক্য নির্ণয় করা যায়।

(2) একটি পেন্‌সিল কম্পাস বা বৃত্তাঙ্কন যন্ত্র (A Pair of Compasses) :—

ইহা লৌহ বা পিত্তল নির্মিত দুই বাহুবিশিষ্ট একটি যন্ত্র। বাহু দুইটি একটি স্ক্রু দিয়া আঁটা এবং প্রয়োজনমত উহাদিগকে কম বেশী ফাঁক করা যায়। ইহার একদিকে একটি কাঁটা ও অপরদিকে পেন্‌সিল আটকাইবার একটি যন্ত্র সংলগ্ন থাকে। ঐ যন্ত্রটিতে পেন্‌সিল আটকাইয়া, কাঁটা ও পেন্‌সিলের অগ্রভাগকে প্রয়োজন অনুসারে ফাঁক করিয়া, কাঁটার সূক্ষ্ম অগ্রভাগকে কাগজের উপর স্থিরভাবে চাপিয়া ধরিতে হয় এবং পরে পেন্‌সিলের সূঁচল অগ্রভাগ

কাগজের উপর ঘুরাইয়া আনিলে বৃত্ত অঙ্কিত হয়। বৃত্ত আঁকিবার জন্য এই যন্ত্র ব্যবহৃত হয়।

যদিও ইউক্লিডের নিয়মানুযায়ী উপরোক্ত দুইটি যন্ত্র ব্যতীত অন্য কোন প্রকার যন্ত্রের সাহায্য গ্রহণ নিষিদ্ধ তথাপি বিভিন্ন

পেন্‌সিল কম্পাস কাঁটা কম্পাস

প্রকার জ্যামিতিক চিত্র বিশুদ্ধভাবে অঙ্কনের জন্য নিম্নলিখিত যন্ত্রগুলির ব্যবহার প্রচলিত আছে। যন্ত্রের বাক্সে এই যন্ত্রগুলিও দেখিতে পাইবে; সুতরাং ইহাদের ব্যবহারের সহিত পরিচিত হওয়া প্রয়োজন।

(3) কাঁটা কম্পাস (A Pair of Dividers) :—

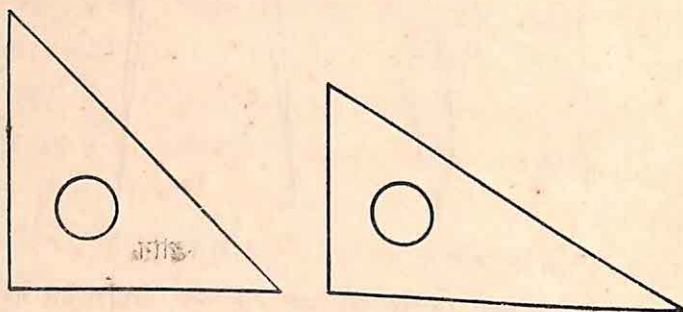
পূর্বে বর্ণিত পেন্‌সিলকম্পাস ও এই যন্ত্রটি দেখিতে প্রায় একরূপ। ইহা সাধারণতঃ পিত্তলনির্মিত, কিন্তু ইহার সূক্ষ্ম অগ্রভাগ দুইটি লৌহনির্মিত। এই যন্ত্রটি দুইটি কাঁটাবিশিষ্ট ; দেখিতে কতকটা চিম্‌টার মত। কাঁটাযুক্ত বাহু দুইটি সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট এবং ইহারা একটি স্ক্রু দ্বারা আবদ্ধ। এই বাহু দুইটিকে ইচ্ছামত কম বেশী ফাঁক করা যায়। কাঁটা কম্পাসের সাহায্যে—

(a) প্রদত্ত কোন সরলরেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যায়।

(b) দুইটি বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় করা যায়।

(c) নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোন সরলরেখা টানা যায়।

(d) প্রদত্ত কোন সরলরেখার সমান করিয়া অপর একটি সরলরেখা অঙ্কন করা যায়। কিন্তু উপরোক্ত অঙ্কনকার্যে ও পরিমাণ-নির্ণয়ে স্কেলের সাহায্য প্রয়োজন।

(4) ত্রিকোণী (Set Squares) :—

ত্রিকোণী

যন্ত্রের বাক্সে ধাতু বা সেলুলয়েড্ নির্মিত ত্রিভুজাকৃতি যে দুইটি যন্ত্র থাকে উহাদের নাম **ত্রিকোণী**। ইহাদের একখানির দুইটি বাহু

পরস্পর সমান, অপরখানির বাহু তিনটি অসমান। ত্রিকোণী দুইখানির একটি করিয়া সমকোণ আছে। একখানি ত্রিকোণীর অপর দুইটি কোণের প্রত্যেকটি 45°; অন্য ত্রিকোণীখানির বাকী দুইটি কোণের পরিমাণ যথাক্রমে 30° ও 60°। ত্রিকোণী দুইখানির সাহায্যে—

(a) 30°, 45°, 60°, ও 90° পরিমাণ কোণ অঙ্কন করা যায়।

(b) কোনও সরলরেখার সমান্তরাল করিয়া অপর একটি সরলরেখা অঙ্কন করা যায়; একখানি স্কেল ও একখানি ত্রিকোণীর সাহায্যেও সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কিত হইতে পারে।

(c) কোন সরলরেখার উপরিস্থিত অথবা বহিঃস্থ বিন্দু হইতে ঐ সরলরেখার উপর লম্ব অঙ্কন করা যায়।

সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন ও লম্ব অঙ্কন প্রসঙ্গে ত্রিকোণীর ব্যবহার বিস্তৃতভাবে বুঝিতে পারিবে। সরলরেখা অঙ্কনের জন্য সাধারণতঃ ত্রিকোণী ব্যবহৃত হয় না; তবে ত্রিকোণীর বাহুগুলির উপর ইঞ্চি ও সেন্টিমিটারের দাগ-এর সাহায্যে সাধারণ সরলরেখাও আঁকা যায়।

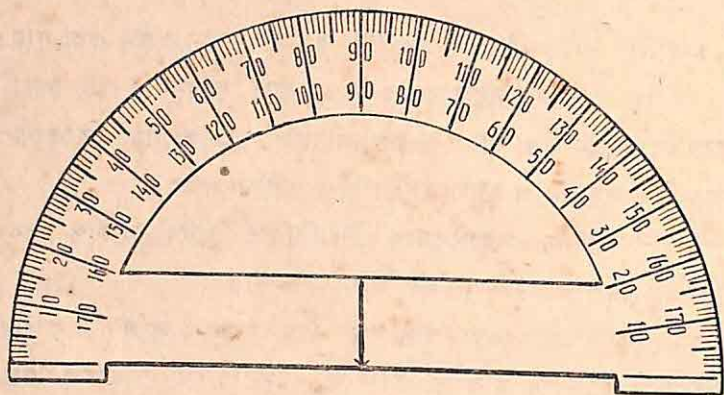
(5) চাঁদা বা কোণমান যন্ত্র (Protractor):—

যন্ত্রের বাক্সের অবশিষ্ট যন্ত্রটিকে চাঁদা বা কোণমান যন্ত্র বলে। ধাতুনির্মিত এই যন্ত্রটি দেখিতে অর্ধবৃত্তাকার। অর্ধবৃত্তের পরিধিটি ১৮০টি সমান অংশে বিভক্ত। প্রত্যেক ভাগ দ্বারা 1 ডিগ্রী নির্দিষ্ট হয়। যন্ত্রটি বিশেষভাবে লক্ষ্য করিলে দেখিতে পাইবে যে, অর্ধবৃত্তটির কেন্দ্রস্থলে একটি চিহ্ন রহিয়াছে। কোণমান যন্ত্র বা চাঁদার সাহায্যে—

(a) যে কোন কোণের পরিমাণ নির্ণয় করা যায়।

(b) কোন নির্দিষ্ট পরিমাণের কোণ অঙ্কন করা যায়।

কোণ সম্বন্ধে আলোচনার কালে কোণমান যন্ত্রের বিস্তৃত ব্যবহার সম্বন্ধে জানিতে পারিবে।

উপরোক্ত যন্ত্রগুলির ব্যবহার ভালভাবে জানা থাকিলে

চাঁদা বা কোণমান যন্ত্র

জ্যামিতিক চিত্রসমূহ বিশুদ্ধভাবে অঙ্কন করা যায়। চিত্রের সাহায্যে জ্যামিতির বিভিন্ন বিষয়গুলি বুঝিবার অভ্যাস করিলে মনে রাখা সহজ হইবে। সূক্ষ্মাগ্রবিশিষ্ট ভাল ড্রইং পেন্‌সিল ও রবারের সাহায্যে জ্যামিতির বিভিন্ন প্রকার অঙ্কন কার্য করা উচিত। কালি বা কপিং পেন্‌সিল ব্যবহার করিলে চিত্রসমূহ অপরিচ্ছন্ন ও অশুদ্ধ হইবে।

সরলরেখা অঙ্কন ও পরিমাপ

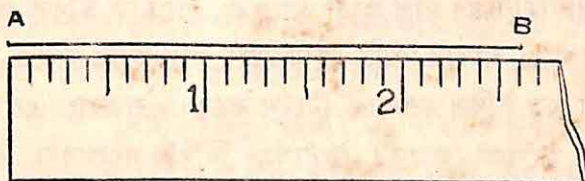
যে কোন অনির্দিষ্ট বক্ররেখা অঙ্কনের জন্য একটি পেন্‌সিল ব্যতীত অন্য কোন যন্ত্রের সাহায্য প্রয়োজন হয় না। কিন্তু শুধু হাতে পেন্‌সিলের সাহায্যে কোন প্রকার সরলরেখা অঙ্কনই সম্ভব নয়;

নির্দিষ্ট অথবা অনির্দিষ্ট যে কোন প্রকার সরলরেখা অঙ্কনের জন্য রুলার বা স্কেলের সাহায্য গ্রহণ করিতে হয়।

স্কেলখানি কাগজের উপর স্থাপন করিয়া বাম হাতে উহাকে চাপিয়া ধরিতে হয়, পরে ডান হাতে পেন্‌সিলটি লইয়া উহার সূক্ষ্ম অগ্রভাগকে স্কেলের ধার দিয়া বরাবর টানিয়া গেলে একটি সরল-রেখা পাওয়া যায়। এইরূপে যে সরলরেখাটি পাওয়া গেল উহা অনির্দিষ্ট সরলরেখা।

কিন্তু কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা অঙ্কন করিতে হইলে অথবা প্রদত্ত দুইটি বিন্দু যোগ করিয়া কোন সরলরেখা অঙ্কন করিতে হইলে আরও একটু নিয়ম মানিয়া চলিতে হয়।

(1) **প্রদত্ত বিন্দু সংযোজক সরলরেখা অঙ্কন ঃ—**

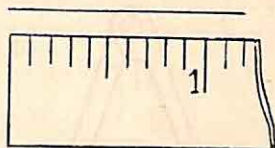
যে দুইটি বিন্দু যোগ করিয়া সরলরেখা টানিতে হইবে, স্কেল-খানাকে ঐ বিন্দু দুইটির সহিত সংলগ্ন করিয়া পেন্‌সিলের সূক্ষ্ম অগ্রভাগ দিয়া বিন্দুদ্বয় যোগ করিয়া দিলেই নির্দিষ্ট সরলরেখা পাওয়া যাইবে।

মনে কর A ও B দুইটি বিন্দু দেওয়া আছে; এই দুইটি বিন্দু যোগ করিয়া একটি সরলরেখা টানিতে হইবে। স্কেলখানাকে কাগজের উপর এরূপভাবে বসাইতে হইবে যেন বিন্দু দুইটি উহার কিনারায়

থাকে। এখন স্কেলখানাকে চাপিয়া ধর; ডান হাতে পেন্‌সিল লইয়া উহার অগ্রভাগ A বিন্দুর উপর বসাও এবং স্কেলের ধার দিয়া B বিন্দু পর্যন্ত টানিয়া যাও। এইরূপে প্রদত্ত A ও B বিন্দু যোগ করিয়া নির্দিষ্ট সরলরেখা AB পাওয়া গেল। নির্দিষ্ট বিন্দু দুইটির দূরত্ব এবং AB সরলরেখার দৈর্ঘ্য সমান। স্কেলের গায়ে যে দাগ কাটা আছে উহা হইতে বিন্দু দুইটির দূরত্ব ইঞ্চিতে অথবা সেন্টি-মিটারে নির্ণয় করা যায়। কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যে এই প্রকার দুইটি বিন্দুর দূরত্ব বুঝা যায়। কাঁটা-কম্পাসের কাঁটা দুইটিকে A ও B বিন্দুর উপর বসাইয়া, পরে কাঁটা দুইটির ব্যবধান ঠিক রাখিয়া উহাকে তুলিয়া লও এবং স্কেলের উপর স্থাপন কর; এক্ষণে স্কেলের চিহ্ন দেখিয়া A ও B-এর দূরত্ব বুঝিতে পারিবে।

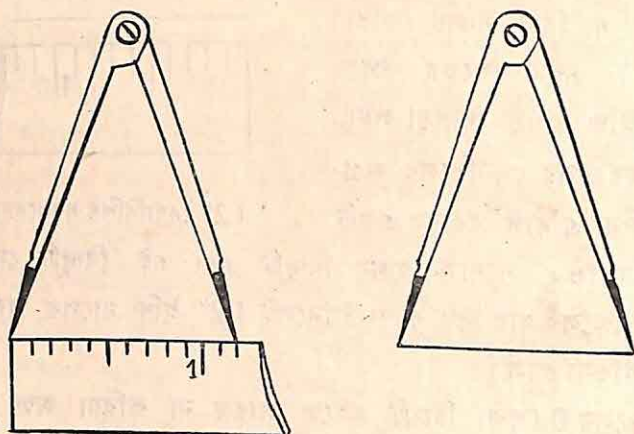
(2) নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা অঙ্কন :—

স্কেলের গায়ে যে দাগ কাটা থাকে তাহার সাহায্যে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা আঁকা যায়। স্কেলের বর্ণনার সময়ে বলা হইয়াছে যে, উহার এক পার্শ্বে ইঞ্চির দাগ কাটা আছে এবং অপর পার্শ্বে সেন্টিমিটারের দাগ কাটা আছে। প্রত্যেক ইঞ্চির বড় দুইটি দাগ-এর মধ্যে আবার দশটি ছোট ছোট দাগ কাটা আছে; ছোট দাগগুলি এক ইঞ্চির দশমাংশ নির্দেশ করে। সুতরাং এক ইঞ্চির দশমাংশ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর দৈর্ঘ্যযুক্ত নির্দিষ্ট সরলরেখা ঐ স্কেল সাহায্যে টানা যায় না। তবে সেন্টিমিটারের মাপ লইলে উহা করা সম্ভব। এক ইঞ্চিকে অঙ্কে 1″ এইরূপে লেখা হয়, তিন দশমিক দুই ইঞ্চিকে 3·2″ এইরূপে লেখা হয়, এক ফুট বুঝাইতে হইলে 1′ এইরূপে লেখা হয়।

মনে কর 1·2″ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরলরেখা আঁকিতে হইবে। কাগজের উপর যে কোন একটি নির্দিষ্ট বিন্দু লও; স্কেলের 0 (শূন্য) দাগটি ঐ বিন্দু সংলগ্ন করিয়া বসাও; এখন স্কেলের উপরে 1·2″ ইঞ্চি দাগটি দেখিয়া লইয়া কাগজের উপর পেন্‌সিলের অগ্র-ভাগ দিয়া ঐ দাগ বরাবর একটি বিন্দু বসাও। পূর্বোক্ত প্রথম বিন্দুটি এবং এই বিন্দুটি যোগ করিয়া স্কেলের ধার দিয়া রেখা টানিলেই 1·2″ ইঞ্চি মাপের সরল-রেখা পাওয়া গেল।

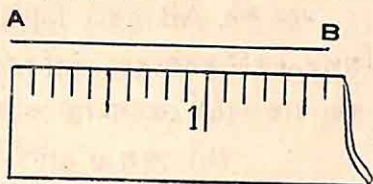
1·2″ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা

স্কেলের 0 (শূন্য) চিহ্নটি হইতে আরম্ভ না করিয়া অন্য যে-কোন চিহ্ন প্রথম বিন্দু সংলগ্ন করিয়া বসাইয়াও ঐ সরলরেখাটি আঁকা যায়। বিন্দুটিতে স্কেলের যে দাগটি বসান হইল তাহা হইতে 12টি ছোট দাগ পর্যন্ত সরলরেখা টানিলেও উহার দৈর্ঘ্য 1·2″ ইঞ্চি হইবে।

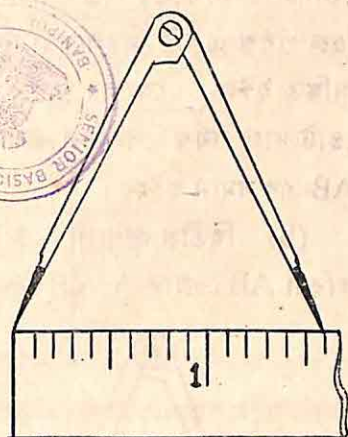
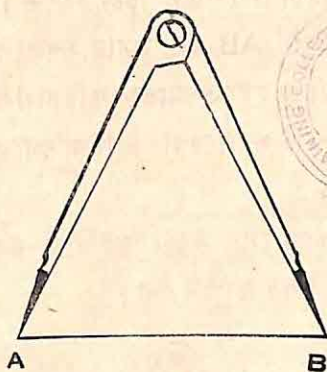
কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যেও ঐ সরলরেখাটি আঁকিতে পারা যায়। কাঁটা-কম্পাসের একটি কাঁটার অগ্রভাগ স্কেলের যে-কোন দাগের উপর বসাইয়া বাহু দুইটিকে এরূপভাবে ফাঁক কর, যেন অন্য কাঁটাটির প্রান্ত ছোট 12টি দাগে পৌঁছায়। এক্ষণে কাঁটা-কম্পাসটি সাবধানে তুলিয়া লইয়া কাগজের উপর বসাইয়া চাপ দিলে দুইটি বিন্দু পাওয়া যাইবে। ঐ বিন্দু দুইটি স্কেলের সাহায্যে যোগ করিলে 1·2″ ইঞ্চি দৈর্ঘ্যের সরলরেখা পাওয়া যাইবে। কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যে সরলরেখা আঁকিতে হইলেও স্কেলের সাহায্য প্রয়োজন।

নিম্নের চিত্র লক্ষ্য করিলে কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যে কিরূপে 1·2″ ইঞ্চি দৈর্ঘ্যের সরলরেখা আঁকা যায় তাহা বুঝিতে পারিবে।

(3) কোন নির্দিষ্ট সরলরেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় :—

কোন নির্দিষ্ট সরলরেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইলে স্কেলটিকে ঐ সরলরেখার সহিত এইরূপে সংলগ্ন করিয়া ধরিতে হইবে, যেন সরলরেখাটির এক প্রান্তস্থিত বিন্দুটি স্কেলের 0 (শূন্য) চিহ্নটির সহিত মিলিয়া যায় এবং স্কেলের কিনারাটি সরলরেখাটির সহিত মিশিয়া থাকে। এখন সরলরেখাটির অপর প্রান্তবিন্দু স্কেলের যে দাগের সহিত মিলিবে উহার চিহ্নই সরলরেখাটির দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে। যদি অপর প্রান্ত-বিন্দুটি 1 ইঞ্চির বড় দাগটি অতিক্রম করিয়া আরও 6টি ছোট দাগের নিকট থাকে, তবে রেখাটির দৈর্ঘ্য 1·6″ হইবে।

মনে কর, AB সরলরেখাটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে। স্কেলটিকে AB রেখার সহিত এমনভাবে সংলগ্ন করিয়া ধরা হইল

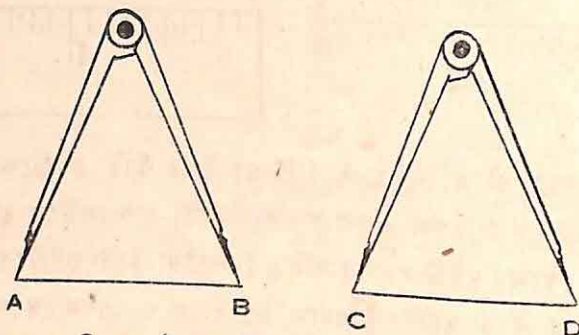
যে উহার A প্রান্তবিন্দুটি স্কেলের 0 (শূন্য) চিহ্নের সহিত মিলিল এবং B বিন্দুটি এক ইঞ্চির বড় দাগটি ছাড়াইয়া আরও 6টি ছোট দাগের নিকট গিয়া পড়িল। তাহা হইলে 1·6 ইঞ্চিই AB সরলরেখার দৈর্ঘ্য হইবে।

AB সরলরেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয়

কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যেও অনেক সময় নির্দিষ্ট সরলরেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়। কিন্তু এক্ষেত্রেও স্কেলের সাহায্য প্রয়োজন। কাঁটা-কম্পাসের বাহু দুইটিকে প্রয়োজন মত ফাঁক করিয়া উক্ত AB

সরলরেখার প্রান্তবিন্দুদ্বয় A ও B-এর উপর কাঁটা দুইটিকে স্থাপন কর ; এইবার অবিকল ঐরূপ অবস্থায় কাঁটা কম্পাসটিকে সাবধানে তুলিয়া স্কেলের দুইটি দাগের সহিত মিলাইয়া কাঁটা দুইটিকে স্থাপন কর, যেন কাঁটা দুইটির ব্যবধান ঠিক থাকে। এখন স্কেলের চিহ্ন দেখিয়া পূর্বোক্ত সরলরেখাটির দৈর্ঘ্য জানিতে পারা যাইবে।

(4) কোন নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান করিয়া অপর একটি সরলরেখা অঙ্কন :—

মনে কর, AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা ; ইহার সমান করিয়া অপর একটি সরলরেখা আঁকিতে হইবে। দুই উপায়ে উহা অঙ্কন করা যায়—(a) কেবলমাত্র স্কেলের সাহায্যে,
(b) স্কেল ও কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যে।

(a) **প্রথম প্রণালী**—পূর্বে বর্ণিত কোন নির্দিষ্ট সরলরেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের প্রণালী অনুসরণ করিয়া স্কেল দ্বারা AB রেখার দৈর্ঘ্য মাপিয়া দেখা গেল যে রেখাটির দৈর্ঘ্য 1·8 ইঞ্চি। এক্ষণে স্কেলটিকে কাগজের অন্য স্থানে বসাইয়া 0 (শূন্য) চিহ্ন হইতে 1·8 চিহ্ন পর্যন্ত একটি সরলরেখা টানিলেই AB-এর সমান সরলরেখা অঙ্কিত হইল। স্কেলের যে কোন চিহ্ন হইতে আরম্ভ করিয়া 18টি ছোট দাগ পর্যন্ত পেন্‌সিল দ্বারা একটি সরলরেখা টানিয়া গেলেও AB-এর সমান হইবে।

(b) **দ্বিতীয় প্রণালী**—কাঁটা-কম্পাসের কাঁটা দুইটিকে ফাঁক করিয়া AB রেখার A ও B বিন্দুর উপর স্থাপন কর।

এক্ষণে অবিকল ঐ অবস্থায় কাঁটা দুইটির ব্যবধান ঠিক রাখিয়া

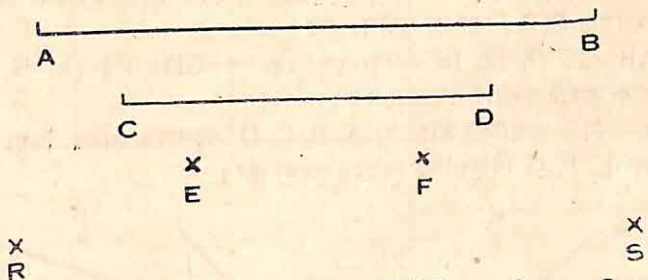
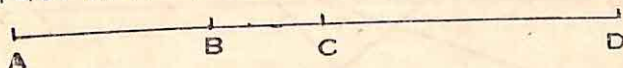
সাবধানে কাঁটা-কম্পাসটিকে তুলিয়া লইয়া কাগজের অন্য জায়গায় চাপ দিলে C ও D বিন্দু দুইটির চিহ্ন পাওয়া যাইবে। স্কেলখানাকে C ও D বিন্দুদ্বয়ের পাশে চাপিয়া ধরিয়া পেন্‌সিলের সাহায্যে CD যোগ কর। এই CD রেখাটি প্রদত্ত AB রেখাটির সমান হইবে।

অনুশীলনী

1. যন্ত্রের বাক্সের বিভিন্ন যন্ত্রের ব্যবহার বুঝাইয়া দাও। ইউক্লিডের প্রণালী-মতে কোন্ কোন্ যন্ত্রের ব্যবহার অনুমোদিত? শুধুমাত্র কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যে কোন সরলরেখা অঙ্কন ও পরিমাপ সম্ভব নয় কেন?

2. স্কেল ও কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যে নিম্নলিখিত দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখাগুলি অঙ্কন কর :—

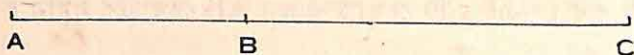
$3\frac{1}{3}$ ইঞ্চি, 4·3 ইঞ্চি, 3·5 সেন্টিমিটার, 57 মিলিমিটার, $2\frac{1}{3}$ সেন্টিমিটার।

3 নিম্নে প্রদত্ত AB, CD, EF ও RS দৈর্ঘ্যগুলি ইঞ্চিতে এবং সেন্টিমিটারে পরিমাপ কর :—

4. নিম্নে প্রদত্ত AB, BC, CD দৈর্ঘ্যগুলি ইঞ্চিতে পরিমাপ করিয়া একটি তালিকা প্রস্তুত কর এবং উহাদের দৈর্ঘ্য যোগ কর।

AB = ইঞ্চি,
BC = ইঞ্চি,
CD = ইঞ্চি,

AB + BC + CD = ইঞ্চি।

AD দৈর্ঘ্য পরিমাপ করিয়া ইহার বিশুদ্ধতা পরীক্ষা কর।

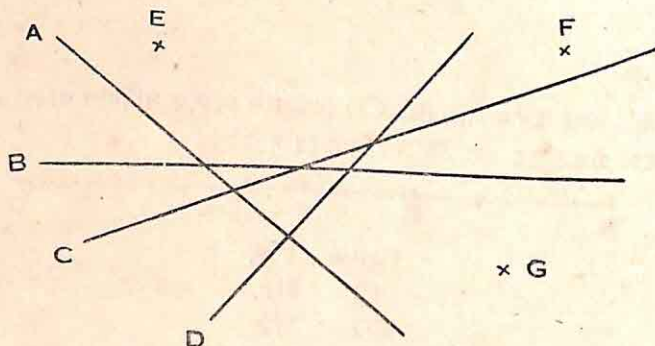
5. সেন্টিমিটারের মাপে উপরোক্ত 4 নং প্রশ্নের সমাধান কর।

6. নিম্নের চিত্রে AC ও BC দৈর্ঘ্যগুলি সেন্টিমিটারে পরিমাপ কর ও প্রদত্ত তালিকানুসারে উহাদের একটি তালিকা প্রস্তুত কর।

AB দৈর্ঘ্য পরিমাপ করিয়া ইহার বিশুদ্ধতা পরীক্ষা কর।

7. তোমার জ্যামিতি পুস্তকের একখানি পাতার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ইঞ্চিতে ও সেন্টিমিটারে পরিমাপ কর।

8. 6 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরলরেখা অঙ্কিত কর এবং ইহা হইতে নিম্নলিখিত অংশগুলি কাটিয়া লও; AB = 2 ইঞ্চি, BC = 1·5 ইঞ্চি, CD = 1·8 ইঞ্চি; এই দৈর্ঘ্যগুলি যোগ করিয়া AD-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং AD-এর দৈর্ঘ্য মাপিয়া ইহার বিশুদ্ধতা পরীক্ষা কর।

AB = 2·7 সে. মি. BC = 9·6 সে. মি. ও CD = 1·3 সে মি. ধরিয় উপরোক্ত প্রশ্নটি পুনরায় সমাধান কর।

9. কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যে A, B, C, D সরলরেখাগুলির দৈর্ঘ্য তুলনা কর এবং E, F, G বিন্দুগুলির দূরত্বের তুলনা কর।

প্রত্যেক ক্ষেত্রে সর্বাপেক্ষা বড় ও সর্বাপেক্ষা ছোট দৈর্ঘ্যটির উল্লেখ কর।

10. এক ব্যক্তি উত্তরদিকে 32 মাইল হাঁটিয়া পুনরায় দক্ষিণদিকে 1·5 মাইল ফিরিয়া আসিল। সে যেখান হইতে হাঁটা স্বরু করিয়াছিল এখন তাহা হইতে কতদূরে রহিল ? এক মাইলকে এক ইঞ্চি ধরিয়া কাগজে একটি নক্সা আঁক এবং উহা হইতে মাপিয়া দূরত্ব নির্ণয় কর।

11. কাঁটা-কম্পাসটির কাঁটা দুইটিকে ফাঁক করিয়া স্কেল হইতে 1″ মাপিয়া লও এবং ঐ দৈর্ঘ্যকে সেন্টিমিটারে পরিমাপ করিয়া 1 ইঞ্চিতে কত সেন্টিমিটার হয় তাহা নির্ণয় কর।

12. 3″, 4″ ও 5″ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তিনটি সরলরেখা আঁক, প্রত্যেকটিকে সেন্টিমিটারে পরিমাপ কর এবং ফলগুলির সাহায্যে নিম্নের তালিকানুসারে একটি

রেখা	ইঞ্চিতে দৈর্ঘ্যের পরিমাপ	সেন্টিমিটারে দৈর্ঘ্যের পরিমাপ	হিসাবের সাহায্যে এক ইঞ্চিতে কত সেন্টিমিটার হইল।
A	3″		
B	4″		
C	5″		
		3	
		গড়	

তালিকা প্রস্তুত কর। তালিকা হইতে 1 ইঞ্চিতে কত সেন্টিমিটার হয় তিন দশমিক পর্যন্ত গণনা করিয়া বাহির কর এবং তিনটি ফলের গড় নির্ণয় কর।

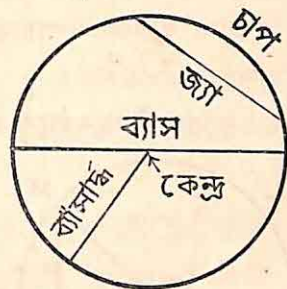
তৃতীয় অধ্যায়

বক্ররেখা—বৃত্ত

বৃত্ত ও তাহার অঙ্কন

একটি তামার পয়সা অথবা একটি রূপার আধুলি লইয়া কাগজের উপর চাপিয়া ধর এবং উহার ধার দিয়া পেন্‌সিল টানিয়া যাও ; পয়সাটি অথবা আধুলিটিকে উঠাইয়া লইলে কাগজের উপর যে বক্ররেখার চিহ্ন পাওয়া গেল উহা গোলাকার। ফুটবল খেলিবার মাঠের মধ্যস্থলে তোমরা এইরূপ গোলাকার দাগ কাটিয়া থাক ; একটি দড়ির সাহায্যে একটি ছাগলকে একটি খোঁটার সহিত বাঁধিয়া রাখিলে, দড়িটি সম্পূর্ণ প্রসারিত অবস্থায় ছাগলটি যে পথে ঘুরিয়া আসিতে পারে তাহার চিহ্নও এইরূপ গোলাকার। এইরূপ বিভিন্ন প্রকার গোলাকার ক্ষেত্রের সহিত তোমরা পরিচিত। একখানি খড়ি লইয়া বোর্ডের উপর উহার একপ্রান্ত স্থির রাখিয়া, সম্পূর্ণরূপে একবার ঘুরাইয়া যেখান হইতে আরম্ভ করিয়াছিলে সেই অবস্থায় পুনরায় ফিরাইয়া আন ; বোর্ডের উপর একটি সাদা গোলাকার স্থান বা তল চিহ্নিত হইবে। এইপ্রকার গোলাকার সমতল ক্ষেত্রকে বৃত্ত বলে। উপরে পয়সা বা আধুলির সাহায্যে যে বক্ররেখা অঙ্কিত করা গেল উহাও একটি সমতল ক্ষেত্রকে সীমাবদ্ধ করিতেছে ; এইরূপ নির্দিষ্ট বক্ররেখার দ্বারা বেষ্টিত সমতলক্ষেত্রও বৃত্ত।

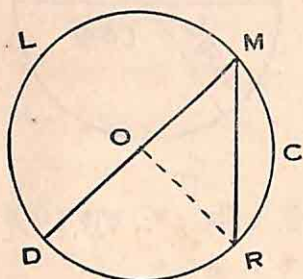
খড়ির সাহায্যে বোর্ডের যে বৃত্ত অঙ্কনের উদাহরণ পাওয়া

গেল, উহার সাহায্যে বৃত্তের নিম্নলিখিত সাধারণ সংজ্ঞা পাওয়া যায়—কোন সরলরেখার একপ্রান্ত স্থির রাখিয়া যদি উহাকে কোন সমতলে একবার সম্পূর্ণরূপে ঘুরাইয়া আনা যায়, তবে ঐ রেখা যে স্থান বা তল পরিভ্রমণ করিয়া আসে, তাহাকে **বৃত্ত** (Circle) বলে; ঐ সরলরেখার অপর প্রান্ত যে বক্র-রেখাটি অঙ্কিত করে, তাহাকে ঐ বৃত্তের **পরিধি** (Circumference) বলে; ঘূর্ণ্যমান সরলরেখাটিকে উহার **ব্যাসার্ধ** (Radius) বলে; এবং যে স্থির প্রান্তবিন্দুটির চতুর্দিকে সরলরেখাটি ঘূর্ণিত হয়, তাহাকে ঐ বৃত্তের **কেন্দ্র** (Centre) বলে।

উপরোক্ত উদাহরণে খড়ির দৈর্ঘ্যটি ব্যাসার্ধ এবং উহার স্থির প্রান্তবিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্র এবং উহার অপর প্রান্তবিন্দুটি যে গোলাকার বক্ররেখা অঙ্কিত করিল, উহা বৃত্তের পরিধি। বোর্ডের উপর অঙ্কিত গোলাকার সাদা স্থানটি একটি বৃত্ত।

অন্য উদাহরণের সাহায্যেও বৃত্ত সম্বন্ধে ধারণা করা যায়। খোঁটায় বাঁধা ছাগলটি যে গোলাকার পথে একবার সম্পূর্ণ পরিভ্রমণ করিয়া আসে ঐ পথের চিহ্ন— বক্ররেখার দ্বারা বেষ্টিত সমতল-ক্ষেত্রটিও বৃত্ত; ঐ পথের চিহ্নটি বৃত্তের পরিধি এবং পূর্ণপ্রসারিত দড়িটির দৈর্ঘ্য ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ; খোঁটাটি যে বিন্দুতে মাটিতে পোঁতা আছে উহা ঐ বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু। এই উদাহরণের সাহায্যে বৃত্তের নিম্নলিখিত সংজ্ঞা পাওয়া যায়—যদি কোন সমতলক্ষেত্র একটি বক্ররেখা দ্বারা এরূপভাবে বেষ্টিত হয় যে, তাহার মধ্যস্থিত কোন

নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে ঐ বক্ররেখা পর্যন্ত অঙ্কিত সমস্ত সরলরেখাগুলি সমান হয়, তাহা হইলে ঐ ক্ষেত্রকে **বৃত্ত** (Circle) বলে।

অতএব আমরা বৃত্তের দুইটি সংজ্ঞা পাইলাম; বৃত্তের সংজ্ঞা জিজ্ঞাসা করিলে উপরোক্ত যে কোন একটি সংজ্ঞার উল্লেখ করিলেই চলিবে।

বৃত্তের সীমারেখাকে **পরিধি** (Circumference) বলে। প্রদত্ত

চিত্রে DRML বক্ররেখাটি বৃত্তের পরিধি; যে-অক্ষরগুলি দ্বারা বৃত্তের পরিধি নির্দেশ করা হয়, বৃত্তের পরিচয় দিতে হইলেও ঐ অক্ষরগুলির উল্লেখ করিতে হয়। সুতরাং বর্তমান ক্ষেত্রে বৃত্তটির নাম DRML বৃত্ত।

বৃত্তের মধ্যস্থিত যে নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে পরিধি পর্যন্ত অঙ্কিত সকল সরলরেখাগুলিই সমান হয়, তাহাকে বৃত্তের **কেন্দ্র** (Centre) বলে। চিত্রে O বিন্দুটি DRML বৃত্তের কেন্দ্র।

কেন্দ্র হইতে পরিধি পর্যন্ত অঙ্কিত যে কোন সরলরেখাকে বৃত্তের **ব্যাসার্ধ** (Radius) বলে। OD, OR, OM সরলরেখাগুলি DRML বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

যে-সরলরেখা বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া উভয়দিকে পরিধি পর্যন্ত বিস্তৃত, তাহাকে **ব্যাস** (Diameter) বলে। চিত্রে DM সরলরেখা DRML বৃত্তের একটি ব্যাস; বৃত্তটির এইরূপ অসংখ্য ব্যাস থাকিতে পারে, কারণ কোন বিন্দুর মধ্য দিয়া অসংখ্য সরলরেখা টানা যায়।

একটি বৃত্তের একটি মাত্র কেন্দ্র, কিন্তু উহার ব্যাস ও ব্যাসার্ধ অসংখ্য। একটি ব্যাস যে কোন ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ; ব্যাসার্ধগুলি

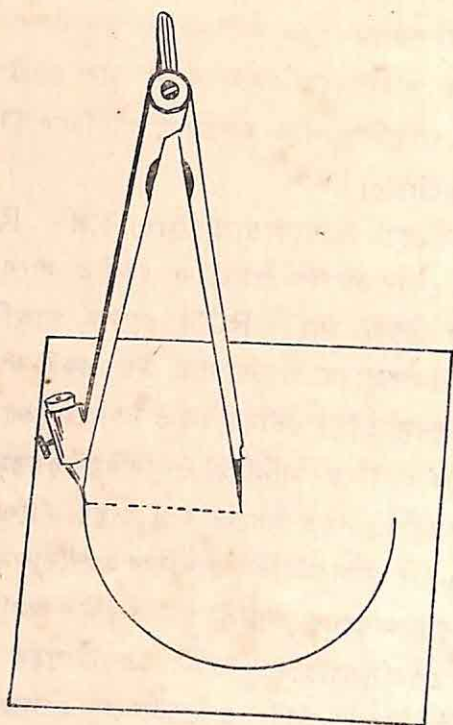
পরস্পর সমান; অতএব ব্যাসগুলিও পরস্পর সমান। বৃত্তের পরিধির উপর যে কোন দুইটি বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে **জ্যা** (Chord) বলে। চিত্রে RM একটি জ্যা। বৃত্তের ব্যাস উহার জ্যাগুলির মধ্যে বৃহত্তম।

কোন বৃত্ত তাহার যে কোন ব্যাস দ্বারা দুইটি সমান অংশে বিভক্ত হয়। প্রতিটি অংশকে **অর্ধবৃত্ত** বলে; চিত্রে DRM একটি অর্ধবৃত্ত (Semi-circle)।

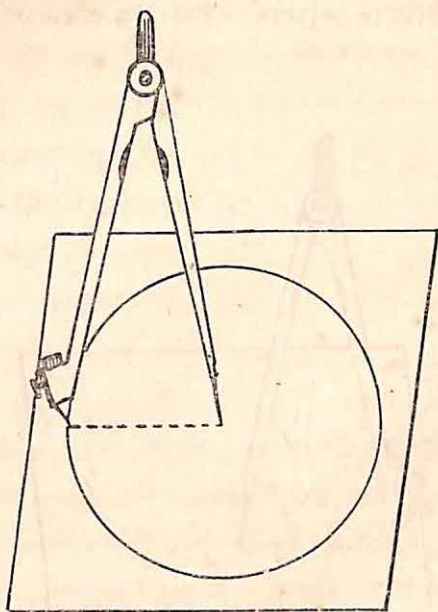
পরিধির যে কোন অংশকে **চাপ** (Arc) বলে। RCM, বৃত্তের একটি চাপ। কোন চাপের প্রান্তবিন্দু দুইটির সংযোজক সরল-রেখাটি বৃত্তের একটি জ্যা। RCM চাপের প্রান্তবিন্দুদ্বয় যোগ করিলে যে RM সরলরেখা পাওয়া যায়, উহা একটি জ্যা।

উপরোক্ত বর্ণনা হইতে তোমরা বৃত্ত ও উহার বিভিন্ন অংশ সম্বন্ধে পরিচিত হইলে। নিম্নে অনির্দিষ্ট ও নির্দিষ্ট বৃত্তসমূহ অঙ্কনের প্রণালী বর্ণিত হইল। বৃত্ত অঙ্কনের জন্য যন্ত্রের বাক্সের পেন্‌সিল কম্পাসটি ও একটি সূক্ষ্মাগ্রবিশিষ্ট পেন্‌সিলের প্রয়োজন।

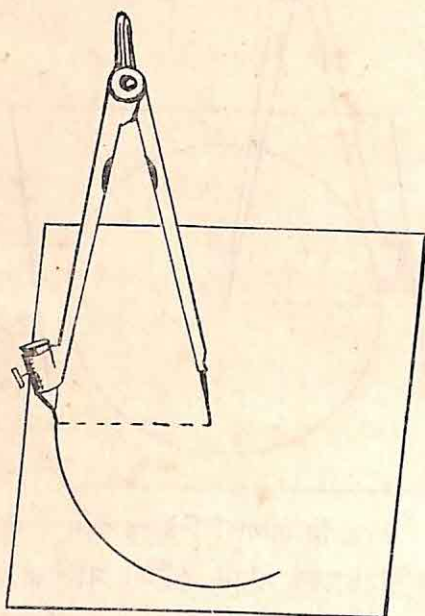
অনির্দিষ্ট বৃত্ত অঙ্কনের প্রণালীঃ— একটি পেন্‌সিল কম্পাস লইয়া উহার পেন্‌সিলধারণের যন্ত্রটিতে একটি সূচল অগ্রভাগযুক্ত পেন্‌সিল আঁটিয়া লও। কাঁটা ও পেন্‌সিলের প্রান্তটিকে ইচ্ছা-নুরূপ ফাঁক করিয়া কাঁটার সূক্ষ্ম অগ্রভাগটিকে কাগজের উপর স্থিরভাবে চাপিয়া রাখ; এখন কম্পাসের মাথাটিকে ঠিকভাবে ধরিয়া পেন্‌সিলের অগ্রভাগটি কাগজের উপর সম্পূর্ণ একবার ঘুরাইয়া আনিলে একটি বৃত্ত অঙ্কিত হইল। লক্ষ্য রাখিতে হইবে যেন ঘুরাইয়া আনিবার সময়, কম্পাসসংলগ্ন পেন্‌সিলের অগ্রভাগ ও কাঁটার প্রান্তের মধ্যে দূরত্ব সকল সময় সমান থাকে। যে

বিন্দুতে কাঁটাটি কাগজের উপর চাপিয়া ধরা হইল উহাই অঙ্কিত বৃত্তের কেন্দ্র এবং পেন্‌সিলের অগ্রভাগ দ্বারা অঙ্কিত বক্ররেখাটি

উহার পরিধি। কাঁটার অগ্রভাগ ও পেন্‌সিলের অগ্রভাগের মধ্যে যে দূরত্ব, উহাই অঙ্কিত বৃত্তটির ব্যাসার্ধের সমান।

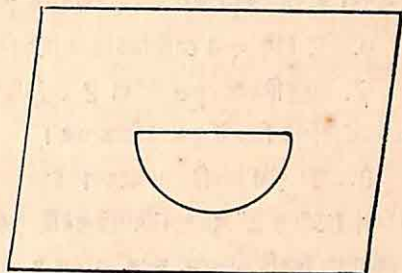
নির্দিষ্ট বৃত্ত অঙ্কনের প্রণালী ঃ— নির্দিষ্ট বৃত্ত বলিতে নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্ত বুঝায়। এইরূপ বৃত্ত অঙ্কনের প্রণালী উপরোক্ত অনির্দিষ্ট বৃত্ত অঙ্কনের প্রণালীরই অনুরূপ; কিন্তু এক্ষেত্রে একটু বিশেষ নিয়ম মানিয়া চলিতে হইবে।

মনে কর, 2 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করিতে হইবে। পেন্‌সিল কম্পাসের কাঁটার প্রান্ত ও পেন্‌সিলের অগ্রভাগকে এক্ষেত্রে আর ইচ্ছানুরূপ ফাঁক করিলে চলিবে না। কাঁটা ও পেন্‌সিলের প্রান্ত ফাঁক করিয়া স্কেলের চিহ্ন হইতে ঐ

2 সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্ত অঙ্কন

ব্যবধানকে 2 সেন্টিমিটারের সমান করিয়া মাপিয়া লও; এখন কাঁটার প্রান্তকে কাগজের উপর স্থিরভাবে চাপিয়া ধরিয়া সকল সময় 2 সেন্টিমিটার ব্যবধান স্থির রাখিয়া পেন্‌সিলের সূক্ষ্ম অগ্রভাগকে কাগজের উপর একবার সম্পূর্ণ ঘুরাইয়া আনিলে 2 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত অঙ্কিত হইল। এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2 সেন্টিমিটার; অতএব উহার ব্যাস 4 সেন্টিমিটার হইবে।

যদি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্ত অঙ্কন করিতে বলা হয় তবে ঐ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক পরিমাণ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ব্যাসার্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কন করিলেই নির্দিষ্ট বৃত্ত পাওয়া যাইবে। মনে কর, 4 সেন্টি-মিটার ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করিতে বলা হইল ; তাহা হইলে 2 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কন করিলেই ঐ বৃত্ত পাওয়া যাইবে।

চাপ অঙ্কন

উপরোক্ত বৃত্তসমূহের কোন চাপ অঙ্কন করিতে বলা হইলে সম্পূর্ণরূপে পেন্‌সিল কম্পাসটি ঘুরাইয়া না আনিয়া পরিধির অংশবিশেষ অঙ্কন করিলেই একটি **চাপ অঙ্কন** করা হইবে।

মনে কর, 2 সেন্টিমিটার ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তের অর্ধাংশ অঙ্কন করিতে হইবে। যে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 2 সেন্টিমিটার তাহার ব্যাসার্ধের পরিমাণ অবশ্যই 1 সেন্টিমিটার হইবে। স্কেলের সাহায্যে 2 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরলরেখা অঙ্কন কর এবং স্কেলটি হইতে চিহ্ন দেখিয়া উহার মধ্য বিন্দুতে অর্থাৎ কোন এক প্রান্তবিন্দু হইতে 1 সেন্টিমিটার দূরস্থিত বিন্দুটিতে একটি দাগ দাও। এখন স্কেলখানি সরাইয়া লও। পেন্‌সিল কম্পাসের কাঁটার প্রান্তকে ঐ বিন্দুর উপর স্থিরভাবে চাপিয়া ধর এবং পেন্‌সিলের সূক্ষ্ম অগ্রভাগটিকে প্রাপ্ত সরলরেখাটির কোন একটি প্রান্তবিন্দুর উপর স্থাপন করিয়া, কম্পাসের মাথা ধরিয়া অপর প্রান্তবিন্দু পর্যন্ত ঘুরাইয়া আনিলেই নির্দিষ্ট অর্ধবৃত্ত অঙ্কিত হইল। সম্পূর্ণ পরিধি অঙ্কনের পরিবর্তে এক্ষেত্রে পরিধির অর্ধাংশ অঙ্কিত হইল। ব্যাস ও ব্যাসের দ্বারা কর্তিত পরিধির অংশ একটি **অর্ধবৃত্ত** (semi-circle) গঠন করে

অনুশীলনী

1. একটি রেখাদ্বারা বেষ্টিত একটি সামতলিকক্ষেত্রের নাম কর। কোন একটি সরলরেখা দ্বারা একটি সামতলিকক্ষেত্র বেষ্টিত হইতে পারে কি ?

2. চিত্রের সাহায্যে বৃত্তের পরিধি, ব্যাস, ব্যাসার্ধ, কেন্দ্র, চাপ ও জ্যা কাহাকে বলে বুঝাইয়া দাও। অর্ধবৃত্ত কাহাকে বলে ?

3. "একটি বিন্দু কোন নির্দিষ্ট নিয়মে বিচরণ করিয়া বৃত্তের সৃষ্টি করে"—

এ-কথার তাৎপর্য কি ? একটি বৃত্তের কয়টি কেন্দ্র থাকা সম্ভব এবং উহার ব্যাস ও ব্যাসার্ধ কতগুলি ? এক কেন্দ্রবিশিষ্ট কতগুলি বৃত্ত অঙ্কন করা সম্ভব ?

4. নিম্নলিখিত ব্যাসার্ধ লইয়া এক একটি বৃত্ত অঙ্কন কর :—
1″, 1,6″, 2 সেন্টিমিটার, 1·8″, 2″

5. 2·8″ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন কর। উহার পরিধিতে কোন একটি বিন্দু লও এবং 1″ ও 1·4″ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুইটি জ্যা অঙ্কিত কর। ঐ বৃত্তের 3″ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোন জ্যা অঙ্কন সম্ভব কি ?

6. 2 ইঞ্চি ও 4 সেন্টিমিটার ব্যাসবিশিষ্ট এক একটি অর্ধবৃত্ত অঙ্কন কর।

7. একটিমাত্র কেন্দ্র লইয়া 2 সেন্টিমিটার, 3 সেন্টিমিটার ও 4 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত অঙ্কিত কর।

8. 3″ দীর্ঘ একটি সরলরেখা টান এবং উহার প্রান্তবিন্দু দুইটিকে কেন্দ্র করিয়া 1·5″ ও 2″ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত অঙ্কন কর। বৃত্ত দুইটি কি হইলে কেবলমাত্র একটি বিন্দুতে স্পর্শ করিত ?

9. 7 সেন্টিমিটার ব্যবধানে দুইটি কেন্দ্র লইয়া, 3 সেন্টিমিটার ও 4 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধযুক্ত দুইটি বৃত্ত অঙ্কন কর। উহাদের পরিধি কয়টি বিন্দুতে ছেদ করিবে ?

10. 4 সেন্টিমিটার ও 5 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত এরূপে অঙ্কন কর, যেন তাহাদের পরিধি একটিমাত্র বিন্দুতে স্পর্শ করে।

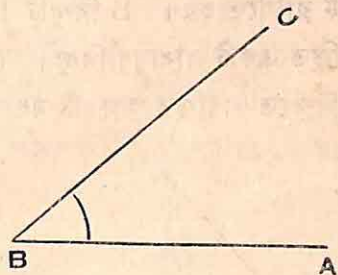
11. কোন একটি সরলরেখার উপর 1 সেন্টিমিটার ব্যবধানে A ও B দুইটি বিন্দু লও। Aকে কেন্দ্র করিয়া 1, 3, 5 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া, সরলরেখার উপরদিকে কতকগুলি অর্ধবৃত্ত অঙ্কন কর এবং পুনরায় Bকে কেন্দ্র করিয়া 2, 4, 6 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া ঐ সরলরেখার নীচের দিকে কতকগুলি অর্ধবৃত্ত অঙ্কন কর। এক্ষণে চিত্রটি লক্ষ্য কর।

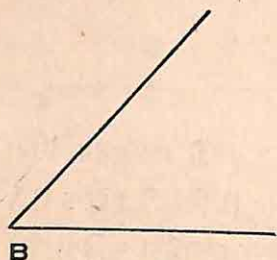
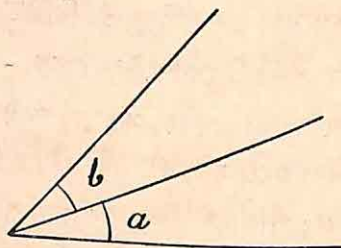
12. একটি বৃত্তাকার মাঠে (100 গজ ব্যাসবিশিষ্ট) কেন্দ্র হইতে 30 গজ দূরে একটি খোঁটাতে একটি গাধা বাঁধা আছে। দড়িটির দৈর্ঘ্য 10 গজ হইলে, চিত্র অঙ্কন করিয়া গাধাটি মাঠের যে অংশের ঘাস খাইতে পারিবে তাহা দেখাও এক্ষেত্রে প্রতি 10 গজে স্কেলের 1 সেন্টিমিটার ধরিয়া চিত্রটি অঙ্কন কর।

চতুর্থ অধ্যায়

কোণ

ব্যবহারিক জগতে আমরা সাধারণতঃ যে সকল পদার্থ দেখিয়া থাকি উহা হইতেই জ্যামিতিক বিন্দু, রেখা, তল প্রভৃতির ধারণা ও সংজ্ঞা গঠন করা হইয়া থাকে। তোমার জ্যামিতি পুস্তকের একখানি পাতার দুইটি ধার যে বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে সেই বিন্দুতে একটি কোণের সৃষ্টি হইয়াছে; বাস্তবিকপক্ষে আমরা উহাকে পুস্তকের কোণ বলিয়াই নির্দেশ করিয়া থাকি। 'কোণ' কথাটিকে আমরা সর্বদাই ব্যবহার করিয়া থাকি। ইহা হইতে জ্যামিতিতে কোণের একটি বিশেষ সংজ্ঞা নির্ধারিত হইয়াছে।

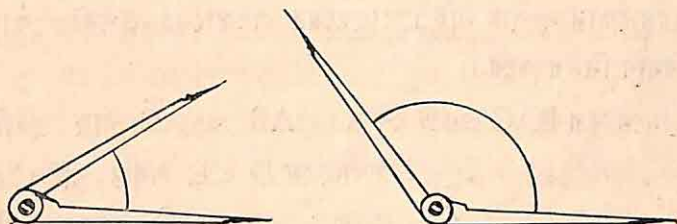
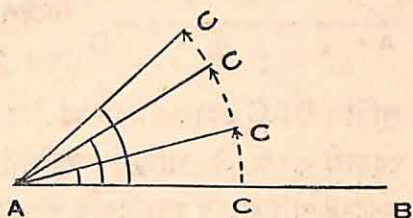
একই বিন্দু হইতে দুইদিকে দুইটি সরলরেখা টানিলে একটি **কোণ (Angle)** উৎপন্ন হয়। ঐ বিন্দুটিকে কোণের **শীর্ষবিন্দু (Vertex)** বা সংক্ষেপে **শীর্ষ** বলা হয়; রেখা দুইটিকে বলা হয় কোণের **বাহু (Arms)**। দুইটি সরলরেখা এক বিন্দুতে মিলিত হইলে একটি কোণ উৎপন্ন হয়—ইহা দ্বারা কোণ সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা জন্মে না। B বিন্দু হইতে BA ও BC দুইটি সরলরেখা টানা হইল; পার্শ্ববর্তী চিত্র লক্ষ্য করিলে দেখিবে যে B বিন্দুটি হইতে BA ও BC সরলরেখা দুইটি বাহির হইয়া দুইদিকে ছড়াইয়া পড়িয়াছে। উহাদের মধ্যবর্তী বিস্তার বা ফাঁকটি একটি কোণের সৃষ্টি করিয়াছে। B বিন্দু হইতে বিভিন্নদিকে সরলরেখা দুইটি প্রসারিত হইয়া বিভিন্ন

পরিমাপের কোণ সৃষ্টি করিবে। রেখা দুইটি বেশী পরিমাণে ছড়াইয়া পড়িলে কোণটি বড় হইবে এবং কম ছড়াইয়া পড়িলে কোণটিও ছোট হইবে। BA রেখা বা BC রেখার দৈর্ঘ্য বড় কিংবা ছোট হইলে কোণের পরিমাণের কোন পরিবর্তন হয় না। বাহু দুইটির দৈর্ঘ্যের উপর কোণের পরিমাণ কখনও নির্ভর করে না। একটি সরলরেখা কখনও একটি কোণের সৃষ্টি করিতে পারে না; আবার একটিমাত্র বক্ররেখাও কোণের সৃষ্টি করিতে পারে না। কোণ সৃষ্টির জন্য দুইটি সরলরেখা চাই এবং দুইটি সরলরেখার মিলন অথবা ছেদের ফলেই কোণ উৎপন্ন হয়।

সাধারণতঃ তিনটি অক্ষরের সাহায্যে কোণের নাম বলিতে হয়। চিত্রে অঙ্কিত কোণটিকে ABC অথবা বিপরীত দিক হইতে CBA কোণ বলা হয়। মধ্যবর্তী 'B' অক্ষরটির সাহায্যে শীর্ষবিন্দু নির্দেশ করা হইয়া থাকে এবং বাহু দুইটির অপর প্রান্তে A ও C অক্ষর দুইটি রাখিতে হয়। B বিন্দুটি BA ও BC দুইটি বাহুর উপরই অবস্থিত একটি সাধারণ বিন্দু। কোণের নাম করিবার সময় সর্বদা শীর্ষবিন্দুতে অবস্থিত অক্ষরটি মধ্যস্থলে উল্লেখ করিবে।

১ম চিত্র

২য় চিত্র

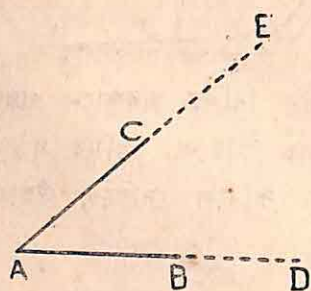
যদি B বিন্দুতে একটি মাত্র কোণ সৃষ্টি হইয়া থাকে, তবে ঐ

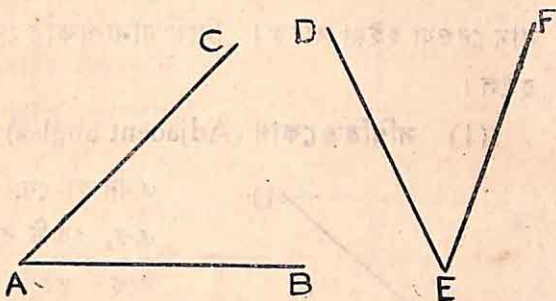
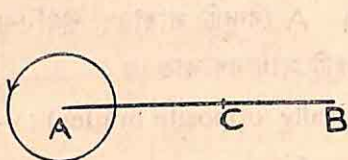
কোণটিকে শুধুমাত্র ∠B বা B কোণ বলা হয়। '∠' চিহ্নটির দ্বারা কোণ নির্দেশ করা হয়। দ্বিতীয় চিত্রানুযায়ী কখনও কখনও কোণের মধ্যে একটিমাত্র অক্ষর বসাইয়াও কোণের নাম উল্লেখ করা হয়—যেমন ∠a বা ∠b কোণ। কোণের উৎপত্তি আর একভাবেও আলোচনা করা যায়।

আবর্তন বা ঘূর্ণন প্রণালী

যন্ত্রের বাক্স হইতে কাঁটাকম্পাসটি বাহির করিয়া উহার একটি বাহু স্থিরভাবে ধরিয়া রাখ এবং অন্য বাহুটিকে আস্তে আস্তে

ফাঁক করিতে থাক। দ্বিতীয় বাহুটির বিভিন্ন অবস্থানে প্রথম বাহুর সহিত উহা ভিন্ন ভিন্ন কোণ উৎপন্ন করিবে। ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটাটি ও মিনিটের কাঁটাটি লক্ষ্য করিলে দেখিবে, উহারা বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন কোণ উৎপন্ন করিতেছে। কম্পাসের বাহু দুইটি অথবা ঘড়ির কাঁটা দুইটিকে দুইটি সরলরেখা মনে করিলে,

ঘূর্ণনের সাহায্যে কিরূপে কোণ সৃষ্টি হয়, তাহা বুঝিতে সহজ হইবে। মনে কর, AB রেখাটি একটি নির্দিষ্ট অবস্থানে আছে। আর একটি

রেখা AC-কে, প্রথমে AB-এর সহিত মিলিত করা হইল ; তারপর প্রান্তবিন্দু A স্থির রাখিয়া উহাকে ঘূর্ণন করা হইতেছে ; দেখা যায় যে, AC রেখার বিভিন্ন অবস্থানে, উহা AB-এর সহিত ভিন্ন ভিন্ন কোণ উৎপন্ন করিতেছে। এই ঘূর্ণনের পরিমাণকেই AB ও AC রেখা দ্বারা উৎপন্ন কোণ বলে। AC রেখাটি যতখানি ঘুরিল তাহাই BAC কোণের পরিমাণ। যদি AC রেখাটিকে আরও কিছুদূর বেশি ঘুরান যায়, তাহা হইলে এই অবস্থায় উৎপন্ন কোণটি পূর্বের কোণ অপেক্ষা বড় হইবে। কোণের পরিমাণ ঘূর্ণনের পরিমাণের উপর নির্ভর করে ; বাহুর দৈর্ঘ্যের সহিত কোণের পরিমাণের কোন সম্পর্ক নাই। বাহুদ্বয়ের অবস্থানের উপরই কোণের পরিমাণ নির্ভর করে।

মনে কর BAC একটি কোণ। AB ও AC বাহু দুইটিকে যথাক্রমে D ও E পর্যন্ত বর্ধিত করা হইল। বাহু দুইটি এইরূপে বর্ধিত করাতে BAC কোণের পরিমাণ কিন্তু একটুও বাড়িল না, তবে নূতনভাবে DAE বলিয়া ঐ একই কোণকে নির্দেশ করা গেল মাত্র। AB রেখাটি স্থির রাখিয়া AC রেখাটি যে পরিমাণ ঘুরিলে BAC কোণ উৎপন্ন হয়, AD রেখাটি স্থির রাখিয়া AE রেখাটি ঠিক ঐ পরিমাণ ঘুরিলে DAE কোণ উৎপন্ন হইবে। ঘূর্ণনের পরিমাণের সাহায্যেই যখন কোণের পরিমাণ নির্দিষ্ট হয়, তখন বাহুর দৈর্ঘ্য বাড়িলে বা কমিলে কোণের মরিমাণের কোন পরিবর্তন হইবে না।

কোণের সমতা

মনে কর, BAC ও FED দুইটি কোণ। ইহারা পরস্পর সমান কিনা, তাহা বুঝিতে হইলে FED কোণটিকে BAC কোণের উপর আনিয়া এইরূপভাবে স্থাপন কর, যেন E বিন্দুটি A বিন্দুর উপর পড়ে এবং EF বাহুটি AB বাহুর উপর পড়ে; এখন যদি ED বাহুটি AC বাহুর উপর পড়ে, তবে ই কোণ

দুইটি পরস্পর সমান হইবে। EF ও ED বাহু দুইটি AB ও AC বাহু দুইটির সমান না হইলেও চলিবে, কারণ বাহুর দৈর্ঘ্যের

প্রথম চিত্র দ্বিতীয় চিত্র

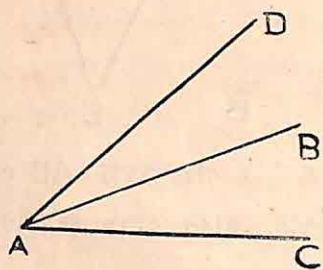
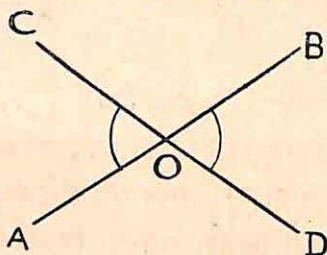
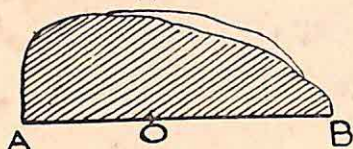
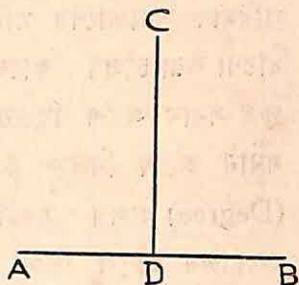
সমতার উপর কোণের সমতা নির্ভর করে না। [ঘূর্ণন প্রক্রিয়ার সাহায্যে কোণ সৃষ্টির ক্ষেত্রে ঘূর্ণমান AC রেখাটি যদি সম্পূর্ণ এক-বার ঘুরিয়া আসিয়া স্থিররেখা AB-এর সহিত পুনরায় মিলিত হয় তবে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ চারি সমকোণ হইবে। (প্রথম চিত্র)

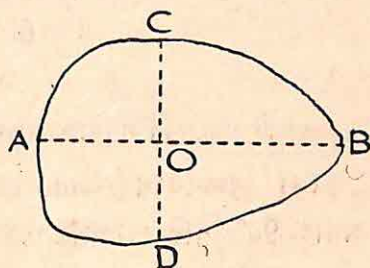
দ্বিতীয় চিত্রে AC রেখাটি যদি বিপরীত দিকে ঘুরিতে থাকে,

তবে উৎপন্ন কোণগুলি ঋণাত্মক (Negative) হইবে; ∠BAC কোণটি ঋণাত্মক।]

বিভিন্ন প্রকারের কোণ

অবস্থিতি ও পরিমাণের বিভিন্নতা অনুসারে কোণের বিভিন্ন নাম দেওয়া হইয়া থাকে। নিম্নে নানাপ্রকার কোণের সংজ্ঞা দেওয়া হইল।

(1) **সন্নিহিত কোণ** (Adjacent angles) :—যদি দুইটি কোণ এমন হয় যে, তাহাদের শীর্ষবিন্দু এক, একটি বাহুও এক এবং অপর বাহু দুইটি উহাদের সাধারণ বাহুর দুই বিপরীতদিকে রহিয়াছে, তাহা হইলে তাহাদিগকে **সন্নিহিত কোণ** বলে। চিত্রে ∠CAB ও ∠BAD এই দুইটি সন্নিহিত কোণ। A বিন্দুটি সাধারণ শীর্ষবিন্দু এবং AB বাহুটি উভয় কোণেরই একটি সাধারণ বাহু।

(2) **বিপ্রতীপ কোণ** (Vertically opposite angles) :— দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করিলে, ছেদবিন্দুর উভয় পার্শ্বে বিপরীত দিকে যে দুইটি কোণ উৎপন্ন হয়, তাহাদিগকে **বিপ্রতীপ কোণ** বলে। চিত্রে ∠AOC ও ∠BOD বিপ্রতীপ কোণ; আবার ∠AOD ও ∠BOC অপর দুইটি বিপ্রতীপ কোণ।

(3) **সমকোণ** (Right angle) :— একটি সরলরেখা অপর একটি সরলরেখার উপর দণ্ডায়মান হইয়া যে দুইটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন করে, তাহারা পরস্পর সমান হইলে ঐ কোণ দুইটির প্রত্যেকটিকে **সমকোণ** বলে; এবং সরলরেখা দুইটির একটিকে অপরটির **লম্ব** বলে। চিত্রে ∠ADC ও ∠BDC প্রত্যেকটি একটি সমকোণ এবং CD ও AB পরস্পরের উপর লম্ব। কোন একটি সরলরেখা যদি অপর কোন একটি সরলরেখার উপর লম্ব হয়, তবে দ্বিতীয় রেখাটিও প্রথম রেখার উপর লম্ব হইবে।

নিম্নে বর্ণিত উদাহরণের সাহায্যে সমকোণের সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা হইবে। একখণ্ড কাগজ লইয়া উহাকে পার্শ্ববর্তী চিত্রের ন্যায় ভাঁজ কর; উহাকে পুনরায় এরূপে ভাঁজ কর যেন, OB ধারটি OA ধারের সহিত মিলিয়া যায়; এখন কাগজখণ্ড খুলিয়া ধরিলে কাগজের ভাঁজের রেখানুযায়ী তুমি চারিটি কোণ পাইবে। উহা দ্বিতীয় চিত্রে প্রদর্শিত হইল। ঐ চারিটি কোণ অবশ্যই পরস্পরের সমান, কারণ ভাঁজ করিবার সময় উহারা

প্রথম চিত্র

দ্বিতীয় চিত্র

একে অপরের সহিত সম্পূর্ণ মিলিয়া ছিল। ঐ চারিটি কোণের প্রত্যেকটিই এক একটি সমকোণ।

সমকোণের পরিমাণ সর্বদাই সমান ; সুতরাং যে কোন কোণের পরিমাণ সমকোণের সহিত তুলনা করিয়া উহার পরিমাণ সম্বন্ধে ধারণা করা চলে। কাজের সুবিধার জন্য সমকোণকে আবার ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমান অংশে বিভক্ত করা হয়। একটি সমকোণকে 90টি সমান অংশে বিভক্ত করিলে, ইহার প্রত্যেক অংশকে এক ডিগ্রী (Degree) বলে। এক ডিগ্রী অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর কোণের পরিমাপ প্রয়োজন হইলে ডিগ্রী অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর এককের সাহায্য লইতে হয়। এক ডিগ্রীকে 60টি সমান অংশে বিভক্ত করিলে, প্রত্যেক অংশকে এক **মিনিট** (Minute) বলে। এক মিনিটের 60 অংশের এক অংশকে **সেকেণ্ড** (Second) বলে। ডিগ্রী, মিনিট ও সেকেণ্ড এইরূপে লিখিতে হয় ; যেমন—পঁচিশ ডিগ্রী—25°, কুড়ি মিনিট—$20'$ ও আটত্রিশ সেকেণ্ড—$38''$।

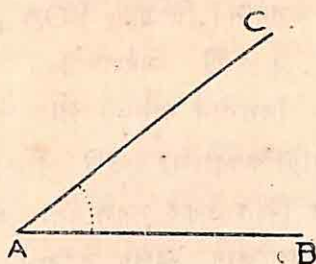
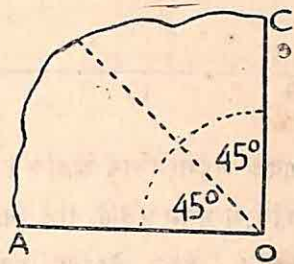
সুতরাং প্রচলিত রীতি অনুসারে,

$$1 \text{ সমকোণ} = 90^\circ$$
$$1^\circ = 60'$$
$$1' = 60''$$

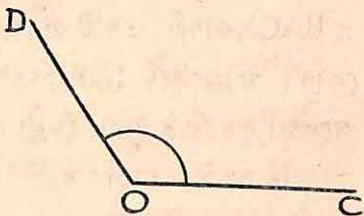
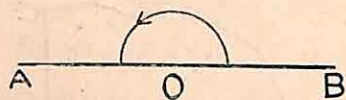
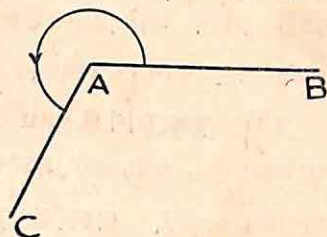
একটি সমকোণ সর্বদাই অপর একটি সমকোণের সমান হইবে।

(4) **সূক্ষ্মকোণ** (Acute angle) :—যে কোণ এক সমকোণ অর্থাৎ 90° পরিমাণবিশিষ্ট কোণ অপেক্ষা ছোট, তাহাকে **সূক্ষ্মকোণ** বলে। অতএব 30° পরিমাণবিশিষ্ট একটি কোণ সূক্ষ্মকোণ,

কিন্তু 91° পরিমাণবিশিষ্ট একটি কোণ সূক্ষ্মকোণ হইবে না। চিত্রে ∠BAC কোণটি একটি সূক্ষ্মকোণ। (প্রথম চিত্র)

সমকোণ সম্বন্ধে আলোচনার সময়ে যে কাগজখণ্ড ভাঁজ

প্রথম চিত্র দ্বিতীয় চিত্র

করিয়াছিলে তাহা হইতে AOC সমকোণটি কাটিয়া উঠাইয়া লও এবং উহাকে এইরূপে ভাঁজ কর, যেন OC ধারটি ও OA ধারটি মিলিয়া যায়। এখন কাগজখণ্ড খুলিয়া ধরিলে তুমি ভাঁজের দাগগুলি হইতে AOC সমকোণের অর্ধেক পরিমাণবিশিষ্ট দুইটি কোণ পাইবে। উহারা প্রত্যেকে 45° পরিমাণের এক একটি সূক্ষ্মকোণ। (দ্বিতীয় চিত্র)

(5) **স্থূলকোণ** (Obtuse angle) :— যে কোণ এক সমকোণ অপেক্ষা বড় অথচ দুই সমকোণ অপেক্ষা ছোট, তাহাকে **স্থূলকোণ** বলে। অতএব কোন স্থূলকোণের পরিমাণ 90° অপেক্ষা বেশি কিন্তু 180° অপেক্ষা কম। 120° পরিমাণবিশিষ্ট একটি কোণ স্থূলকোণ হইবে। চিত্রে ∠COD কোণটি স্থূলকোণ।

(6) **সরলকোণ** (Straight angle) ঃ— যে কোণের দুইটি বাহু বিপরীত দিকে একই সরলরেখায় অবস্থিত তাহাকে সরলকোণ বলে। সরলকোণের পরিমাণ দুই সমকোণ বা 180° ডিগ্রীর সমান। চিত্রে ∠BOA কোণটি একটি সরলকোণ; উহার বিপরীত বাহুদ্বয় BO ও AO একই সরলরেখায় অবস্থিত। কাঁটা-কম্পাসের দুইটি বাহুকে ফাঁক করিলে যখন দুইটি বাহু বিপরীত দিকে একই সরলরেখায় অবস্থিত হইবে, তখন উহারা একটি সরলকোণ উৎপন্ন করিবে। ঘূর্ণন প্রণালীর সাহায্যে সরলকোণ সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা করা যায়।

(7) **প্রবৃদ্ধকোণ** (Reflex angle) ঃ—যে কোণ দুই সমকোণ অপেক্ষা বড় কিন্তু চারি সমকোণ অপেক্ষা ছোট, তাহাকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলে। ঘূর্ণন প্রণালী অনুসারে ঘূর্ণমান রেখা AC যদি ঘুরিতে ঘুরিতে দুই সমকোণকেও অতিক্রম করে তবে দুই সমকোণেরও অধিক পরিমাণের কোণ উৎপন্ন হয়; এইরূপে আমরা প্রবৃদ্ধ-কোণ পাইতে পারি। চিত্রে ∠BAC কোণটি একটি প্রবৃদ্ধ-কোণ। প্রবৃদ্ধকোণ 180° ডিগ্রী অপেক্ষা বড় কিন্তু 360° ডিগ্রী অপেক্ষা ছোট।

যদি দুইটি কোণের সমষ্টি এক সমকোণের সমান হয়, তবে একটিকে অপরটির **পূরককোণ** (Complementary angle) বলে। 30° ডিগ্রী ও 60° ডিগ্রী পরিমাণের দুইটি কোণ একে অন্যের পূরককোণ। উহাদের প্রত্যেকটি অবশ্যই সূক্ষ্মকোণ হইবে।

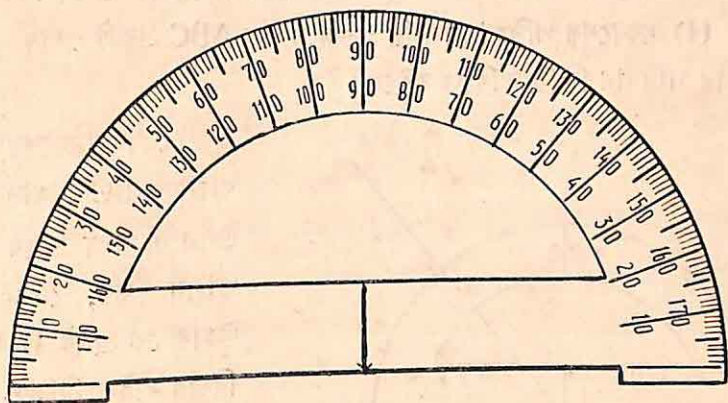
যদি দুইটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান হয়, তবে তাহাদের একটিকে অপরটির **সম্পূরককোণ** (Supplementary angle) বলে। 60° ও 120° পরিমাণের দুইটি কোণের প্রত্যেকে অপরের সম্পূরককোণ। সম্পূরককোণের মধ্যে একটি স্থূলকোণ ও অপরটি সূক্ষ্মকোণ হইবে অথবা উহারা প্রত্যেকে এক এক সমকোণও হইতে পারে।

কোণমানযন্ত্রের সাহায্যে কোণ পরিমাপ ও অঙ্কন

ব্যবহারিক জ্যামিতিতে ব্যবহৃত যন্ত্রসমূহের আলোচনা প্রসঙ্গে **কোণমানযন্ত্র** বা **চাঁদা** (Protractor) ব্যবহারের উল্লেখ করা হইয়াছে। কোণমানযন্ত্রের সাহায্যে—

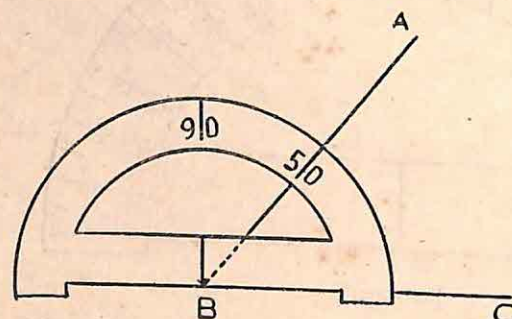
(1) প্রদত্ত কোন একটি কোণের পরিমাণ নির্ণয় করা যায় ;

(2) নির্দিষ্ট পরিমাণবিশিষ্ট একটি কোণ অঙ্কন করা যায় ;

এবং **(3) কোন নির্দিষ্ট কোণের সমান করিয়া অপর একটি কোণ অঙ্কন করা যায়।**

কোণমান

কোণ পরিমাপ ও অঙ্কন সম্বন্ধে বিস্তৃত আলোচনার পূর্বে

কোণমানযন্ত্রের গঠনপ্রণালী বিশেষভাবে জানা প্রয়োজন। এই যন্ত্রটি অর্ধবৃত্তাকার; ইহার পরিধিকে 180টি সমান অংশে বিভক্ত করিয়া 1 হইতে 180 ডিগ্রী পর্যন্ত চিহ্নিত করা হয়। পরিধিতে দুই সারিতে ডিগ্রীর সংখ্যা লেখা থাকে, উপরের সারির বামদিকে 0° (শূন্য ডিগ্রী) হইতে আরম্ভ করিয়া ডানদিকে 180° পর্যন্ত সংখ্যা দেখিতে পাইবে; নীচের সারিতে ডানদিকে 0° (শূন্য ডিগ্রী) হইতে আরম্ভ করিয়া বামদিকে 180° পর্যন্ত সংখ্যা চিহ্নিত থাকে। সুতরাং ডানদিক হইতে কোণ মাপিতে হইলে নীচের সারির সংখ্যা ও বামদিক হইতে কোণ মাপিতে হইলে উপরের সারির সংখ্যা লইতে হয়। প্রতি দশটি ক্ষুদ্র চিহ্ন অর্থাৎ দশ ডিগ্রী অন্তর সংখ্যাগুলি লেখা থাকে। অর্ধবৃত্তাকার চাঁদাটির ব্যাসের মধ্যবিন্দুতে একটি চিহ্ন দেওয়া থাকে। ব্যাসের বরাবর রেখা টানিয়া এই চিহ্নিত বিন্দু হইতে পরিধির উপর লিখিত সংখ্যা পর্যন্ত সরলরেখা টানিলে ঐ দুইটি রেখার দ্বারা উক্ত পরিমাণের কোণ উৎপন্ন হয়।

(1) কোণের পরিমাণ নির্ণয় ঃ—মনে কর ABC একটি কোণ। ইহার পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

কোণমানযন্ত্রের ব্যাসকে BC রেখার উপর এরূপ ভাবে স্থাপন কর, যেন উহার কেন্দ্রটি B বিন্দুর সহিত মিলিত হয় এবং উহার পরিধি A-এর দিকে পড়ে। এখন দেখ, প্রদত্ত কোণের AB বাহুটি

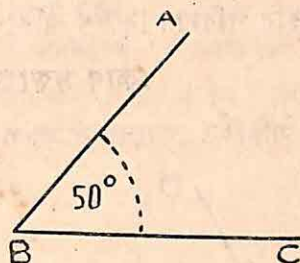
পরিধির উপর লিখিত কোন দাগ বরাবর পড়িয়াছে। প্রয়োজন হইলে BA বাহুটিকে বর্ধিত করিয়া লও, কারণ বাহুটিকে বর্ধিত করিলেও কোণের পরিমাণ ঠিকই থাকিবে। চিত্রে BA রেখাটি পরিধিতে চিহ্নিত 50° ডিগ্রীর বরাবর গিয়াছে; সুতরাং ABC কোণের পরিমাণ 50° হইবে।

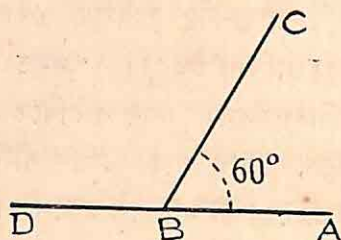
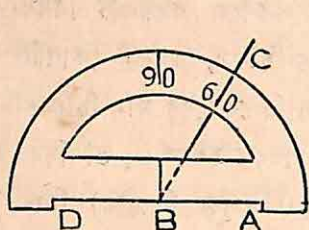
কোণমানযন্ত্র সাহায্যে কোণ পরিমাপকালে কয়েকটি বিষয় লক্ষ্য রাখিতে হইবে। প্রথমতঃ দেখিতে হইবে, প্রদত্ত কোণটি মাপিবার সময় চাঁদার পরিধিতে যে ছুই সারি কোণের মান চিহ্নিত আছে, উহার মধ্যে কোন সারির মান লইতে হইবে। ডানদিক হইতে কোণটি মাপিতে হইলে ডানদিকের 0° (শূন্য ডিগ্রীর) চিহ্ন হইতে ক্রমবর্ধমান মানগুলি লইতে হইবে; বামদিক হইতে মাপিতে হইলে, বামদিকের শূন্য ডিগ্রীর চিহ্ন হইতে ক্রমবর্ধমান মানগুলি লইতে হইবে। দ্বিতীয়তঃ কোণটির পরিমাণ নির্ণয় করিবার পর উহা সূক্ষ্ম কিংবা স্থূলকোণ তাহা লক্ষ্য করিয়া তোমার পরিমাপের বিশুদ্ধতা নির্ণয় করিবে।

A

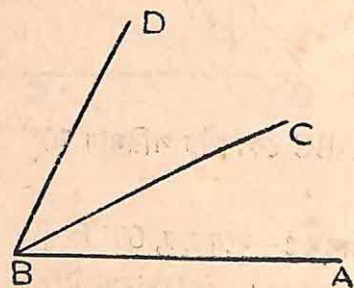
50°

B C

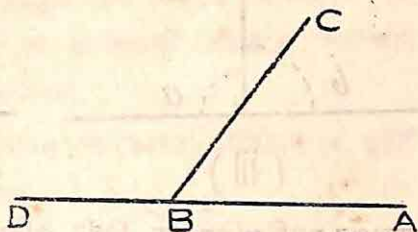
কোণটি পরিমাপের পর প্রদত্ত চিত্রটির মত কোণের মধ্যস্থলে যত ডিগ্রী হইবে তাহা লিখিয়া কোণটির পরিমাণ নির্দেশ করিবে; এখানে ABC কোণটির পরিমাণ 50° ডিগ্রী লিখিয়া নির্দিষ্ট হইল।

(2) **নির্দিষ্ট পরিমাণের কোন অঙ্কন** :—মনে কর, 60° ডিগ্রী পরিমিত একটি কোণ অঙ্কন করিতে হইবে। কোণমানযন্ত্রটিকে কাগজের উপর স্থাপন করিয়া উহার ব্যাসের ধার বরাবর DA

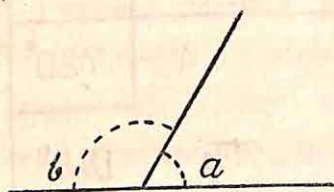
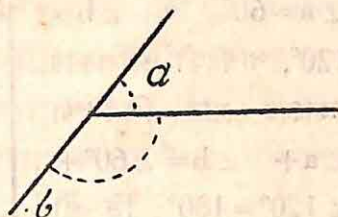
সরলরেখা টান। ব্যাসের মধ্যবিন্দুটির চিহ্নটি দেখিয়া DA সরলরেখার উপর B বিন্দু লও। এখন কোণমানযন্ত্রের পরিধির উপর চিহ্নিত 60° ডিগ্রীর দাগ কাগজের যে স্থানে পড়িয়াছে, সেস্থানে একটি বিন্দু চিহ্ন দাও, এই বিন্দুটীর নাম দাও C। এই C বিন্দুর সহিত কোণমানযন্ত্রের কেন্দ্র কাগজের যে বিন্দুতে ছিল অর্থাৎ

B বিন্দু যোগ করিয়া BC রেখা অঙ্কিত কর। তাহা হইলে BC বাহু ও BA বাহু দ্বারা উৎপন্ন ∠ABC কোণটি 60° ডিগ্রী হইবে। কোণমানযন্ত্রটি সরাইয়া লইয়া কোণটির মধ্যে 60° ডিগ্রী লিখিয়া উহার পরিমাণ নির্দেশ করিবে।

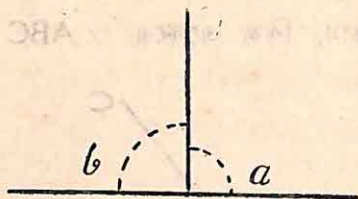
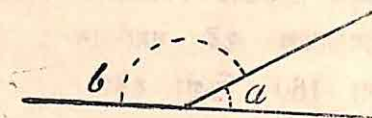
কোণ সম্বন্ধে দুইটি সহজ প্রতিজ্ঞা

সন্নিহিত কোণের সংজ্ঞা পাঠকালে তোমরা জানিয়াছ যে, উহাদের একটি সাধারণ বাহু ও একটি শীর্ষবিন্দু থাকিবে এবং অপর বাহু দুইটি সাধারণ বাহুটির দুই বিপরীত দিকে থাকিবে। চিত্রে ∠ ABC ∠ ও CBD দুইটি **সন্নিহিতকোণ**। কিন্তু BA

বাহু ও BD বাহু দুইটি বিভিন্ন সরলরেখা না হইয়া যদি একটি

সরলরেখা DA হইত এবং উহার B বিন্দুতে CB সরলরেখা আসিয়া মিলিত হইত, তাহা হইলেও আমরা ∠ABC এবং ∠CBD দুইটি সন্নিহিতকোণ পাইতাম, কিন্তু এক্ষেত্রে ∠ABC এবং ∠CBD কোণদ্বয়ের যোগফল দুই সমকোণ বা 180° ডিগ্রী হইত। তোমরা দুইটি সরলরেখা বিভিন্নরূপে মিলিত করিয়া উৎপন্ন কোণগুলি কোণ-

মানযন্ত্র সাহায্যে পরিমাপ করিয়া নিম্নলিখিত প্রতিজ্ঞাটির সত্যতা পরীক্ষা করিতে পার।

(1) **প্রতিজ্ঞা ঃ—একটি সরলরেখা অপর একটি সরলরেখার সহিত এক বিন্দুতে মিলিত হইলে যে দুইটি সন্নিহিতকোণ উৎপন্ন হয়, তাহাদের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান।**

পরীক্ষা ঃ—নিম্নের চিত্রানুযায়ী একটি সরলরেখাকে অপর একটি সরলরেখার সহিত বিভিন্ন অবস্থানে মিলিত করিয়া অঙ্কন কর, কিন্তু সমস্ত ক্ষেত্রেই সরলরেখাগুলি অন্ততঃ 2″ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট হওয়া উচিত।

প্রত্যেক চিত্রে অঙ্কিত ∠a ও ∠b কোণগুলি কোণমানযন্ত্রের

সাহায্যে পরিমাপ করিয়া প্রদত্ত তালিকানুযায়ী একটি তালিকা অঙ্কিত করিয়া উহাদের পরিমাণ ও পরিমাণের সমষ্টি লিখ।

অতঃপর সমষ্টিগুলির গড় নির্ণয় করিলে তুমি প্রতিজ্ঞার সত্যতাটি পরীক্ষার সাহায্যে বুঝিতে পারিবে। প্রতিক্ষেত্রে তুমি সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ 180° পাইবে।

চিত্র	∠a	∠b	∠a+∠b
(i)	60°	120°	180°
(ii)	50°	130°	180°
(iii)	90°	90°	180°
(iv)	30°	150°	180°
		4	720°
		গড়	180°

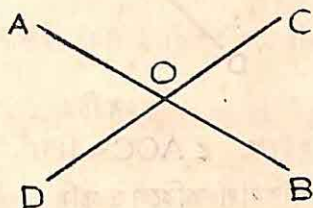
কোণমানযন্ত্র সাহায্যে প্রথম চিত্রে সন্নিহিত কোণদ্বয় মাপিয়া দেখা গেল $\angle a = 60°$ ও $\angle b = 120°$, পার্শ্ববর্তী তালিকায় উহাদের মান লিখিয়া $\angle a + \angle b = \angle 60° + \angle 120° = 180°$ ডিগ্রী পাওয়া গেল। অনুরূপভাবে দ্বিতীয় চিত্রের সন্নিহিতকোণদ্বয় মাপিয়া $\angle a = 50°$ ও

$\angle b = 130^\circ$ পাওয়া গেল, $\therefore\ \angle a + \angle b = 50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$

এইরূপে, তৃতীয় চিত্রে $\angle a + \angle b = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

এবং চতুর্থ চিত্রে $\angle a + \angle b = 30^\circ + 150^\circ = 180^\circ$

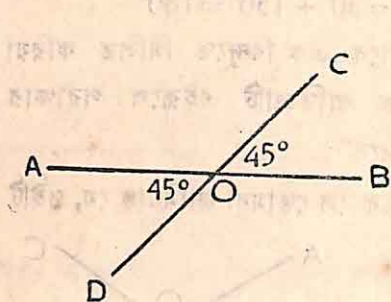
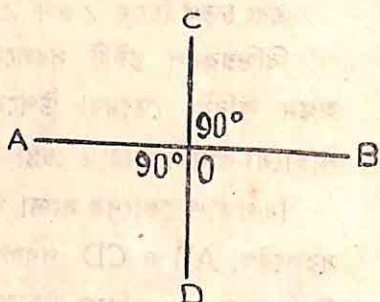
বিভিন্নরূপে দুইটি সরলরেখাকে এক বিন্দুতে মিলিত করিয়া অঙ্কন করিয়া তোমরা উপরোক্ত প্রতিজ্ঞাটি এইরূপে পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করিতে চেষ্টা করিবে।

বিপ্রতীপ কোণের সংজ্ঞা পাঠকালে তোমরা জানিয়াছ যে, দুইটি সরলরেখা AB ও CD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করিলে উহাদের দ্বারা উৎপন্ন কোণগুলির বিপরীত কোণদ্বয় অর্থাৎ চিত্রে $\angle AOD$ ও $\angle BOC$ এবং

$\angle AOC$ ও $\angle BOD$ কোণগুলিকে **বিপ্রতীপকোণ** বলে। কোণ-মানযন্ত্র সাহায্যে তোমরা এইরূপ বিপ্রতীপ-কোণগুলি পরিমাপ করিয়া নিম্নলিখিত প্রতিজ্ঞার সত্যতা পরীক্ষা করিতে পার।

(2) **প্রতিজ্ঞা :—দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করিলে, বিপ্রতীপ কোণগুলি পরস্পর সমান হয়।**

পরীক্ষা :—পরপৃষ্ঠার প্রথম চিত্রে পরস্পর AB ও CD সরল-রেখা O বিন্দুতে ছেদ করিল ; $\angle AOD$ কোণটি কোণমানযন্ত্র দ্বারা পরিমাপ করিলে দেখিতে পাইবে উহার পরিমাণ 45° ; অনুরূপ ভাবে বিপ্রতীপকোণ $\angle BOC$ পরিমাপ করিলে উহার পরিমাণও 45° হইবে।

ইহার দ্বারা প্রমাণিত হয় যে, বিপ্রতীপকোণগুলি পরস্পর সমান। প্রথম চিত্রে CO সরলরেখাটি AB-এর সহিত O বিন্দুতে

মিলিত হইয়াছে ; অতএব উৎপন্ন সন্নিহিত কোণ দুইটি $\angle BOC + \angle AOC = 180°$; উহার মধ্যে $\angle BOC$ কোণটির পরিমাণ $45°$

১ম চিত্র

২য় চিত্র

হইলে, $\angle AOC = 180° - 45° = 135°$। কোণমানযন্ত্র সাহায্যে পরিমাপ করিলেও তুমি $\angle AOC = 135°$ পাইবে ; এইবার কোণ-মানযন্ত্র সাহায্যে বিপ্রতীপ $\angle DOB$ কোণটি পরিমাপ করিলেও উহার পরিমাণ $135°$ পাইবে।

এইরূপে পরীক্ষার সাহায্যে বিপ্রতীপকোণগুলি পরস্পর সমান প্রমাণিত হইল।

দ্বিতীয় চিত্রে $\angle BOC = 90°$ বা 1 সমকোণ, অতএব বিপ্রতীপ-কোণ $\angle AOD = 90°$ বা এক সমকোণ হইবে।

কোণমানযন্ত্র সাহায্যে $\angle AOD$ এক সমকোণের সমান পাওয়া যাইবে।

$\angle BOC =$ এক সমকোণ হইলে সন্নিহিত $\angle AOC$-ও এক সমকোণের সমান এবং উহার বিপ্রতীপ $\angle BOD$-ও এক সমকোণের সমান হইবে। কোণমানযন্ত্র সাহায্যে পরিমাপ করিলে ইহা প্রমাণিত হইবে। অতএব দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ

করিলে যদি কোনও একটি কোণ এক সমকোণ হয় তবে উৎপন্ন চারিটি কোণের প্রতিটির পরিমাণ এক সমকোণ হইবে।

অনুশীলনী

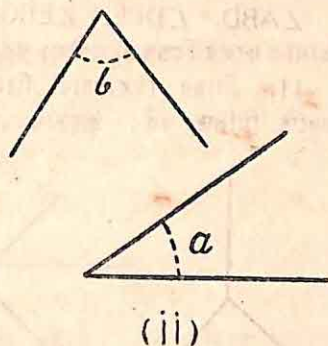
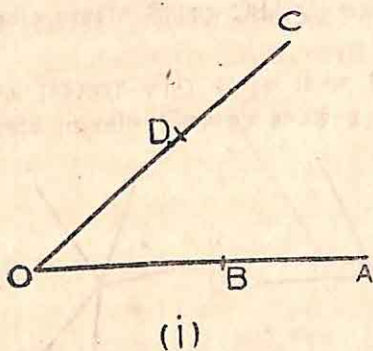
1. কোণ কাহাকে বলে? একটি বক্ররেখার দ্বারা একটি কোণ উৎপন্ন হইতে পারে কি? কোণের বাহুদ্বয় বর্ধিত করিলে কোণের পরিমাণের কি তারতম্য হয়?

2. নিম্নলিখিত দিকগুলির মধ্যে যে কোণ তাহা এক সমকোণ বা এক সমকোণের অংশ বিশেষে প্রকাশ কর :—

(i) উত্তর ও পূর্ব, (ii) দক্ষিণ ও পশ্চিম, (iii) উত্তর-পূর্ব ও উত্তর। [চিত্র সাহায্যে দিঙ্ নির্দেশ কর।]

3. ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা 3 ঘণ্টা, 1 ঘণ্টা, 6 ঘণ্টা ও 9 ঘণ্টায় কত সমকোণ ঘুরিবে?

4. পৃথিবী এক সমকোণ আবর্তিত হইতে কত সময় গ্রহণ করে?

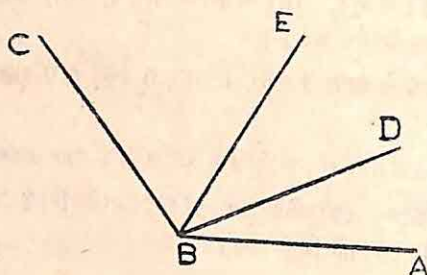
5. প্রথম চিত্রের কোণটির যত প্রকার নাম দিতে পার তাহা দাও। দ্বিতীয় চিত্রে বৃহত্তর কোণটি নির্ণয় কর।

6. সমকোণ, স্থূলকোণ, সূক্ষ্মকোণ, বিপ্রতীপকোণ ও সন্নিহিতকোণ কাহাকে বলে? ডিগ্রী কাহাকে বলে?

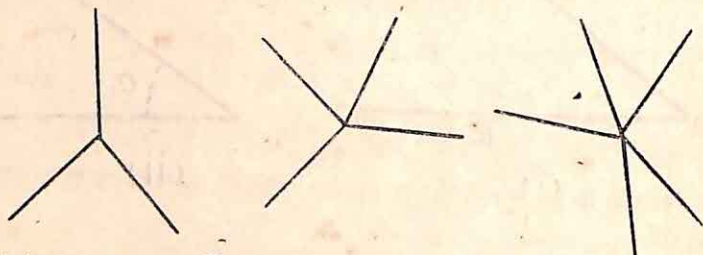
7. ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটা দুইটি নিম্নলিখিত সময়সমূহে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন করিবে :

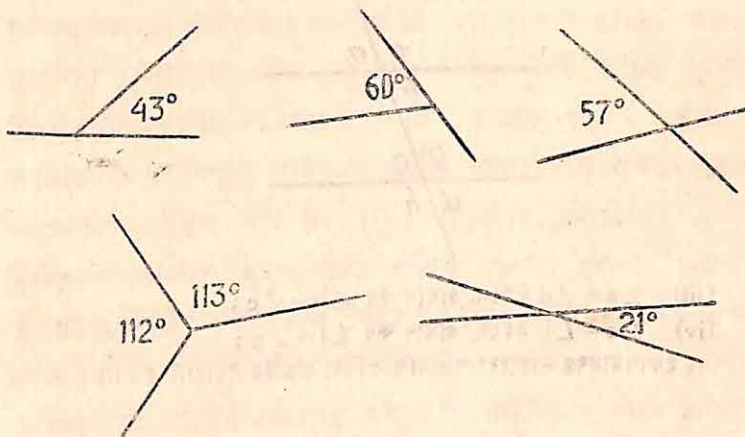
(a) 3টা, (b) 1টা, (c) 10টা, (d) 5টা, (e) 8টা ; প্রতিক্ষেত্রে কোণগুলি কি প্রকারের কোণ হইবে তাহা উল্লেখ কর।

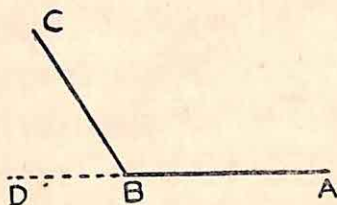
8. ঘূর্ণন প্রণালীর সাহায্যে কিরূপে কোণ উৎপন্ন হয়, তাহা বুঝাইয়া দাও। দুইটি কোণের সমতা কিরূপে পরীক্ষা করিবে ?

9. কাগজে একটি সমকোণ আঁকিয়া কাটিয়া লও এবং উহাকে ভাঁজ করিয়া কোণটি দ্বিখণ্ডিত করিয়া উৎপন্ন কোণ দুইটি পরিমাপ কর, তোমার ত্রিকোণীর কোণগুলি পরিমাপ কর।

10. প্রদত্ত চিত্রে নিম্নলিখিত কোণগুলি পরিমাপ কর :—

∠ABD, ∠DBE, ∠EBC এবং ∠ABC কোণটি পরিমাপ করিয়া তোমার ফলের বিশুদ্ধতা পরীক্ষা কর।

11. নিম্নের চিত্রানুযায়ী তিনটি অথবা তাহার বেশি সরলরেখা এক বিন্দুতে মিলিত কর। প্রত্যেক ক্ষেত্রে উৎপন্ন কোণগুলি পরিমাপ করিয়া

তাহাদের যোগফল নির্ণয় করিয়া একটি তালিকা প্রস্তুত কর। অতঃপর যোগফলগুলির গড় নির্ণয় করিয়া যে নিয়ম বাহির করিতে পার তাহা লিখ।

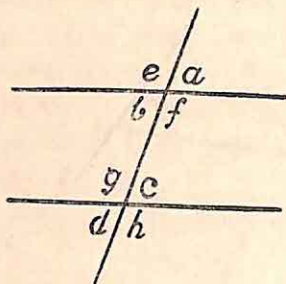
12. নিম্নলিখিত চিত্রসমূহে অজ্ঞাত কোণগুলি পরিমাপ করিয়া তুমি যে সকল প্রতিজ্ঞা পাইয়াছ, তাহাদের সাহায্যে উহাদের পরিমাপের বিশুদ্ধতা পরীক্ষা কর।

13. নিম্নলিখিত পরিমাণের কোণগুলি অঙ্কন কর :—
(i) 20°, (ii) 35°, (iii) 64°, (iv) 130°, (v) 157° ; প্রত্যেকে কি প্রকারের কোণ তাহা নির্দেশ কর।

14. চিত্রানুযায়ী $\angle ABC$ একটি স্থূলকোণ অঙ্কিত করিয়া AB বাহুকে

D পর্যন্ত বর্ধিত কর ; $\angle CBD$ কিরূপ কোণ হইবে ? কোণমানযন্ত্র সাহায্যে কোণগুলির পরিমাণ নির্ণয় কর।

15. AB সরলরেখার C বিন্দুতে CD ও CE দুইটি সরলরেখা টানিয়া উৎপন্ন কোণগুলি পরিমাপ কর। উহাদের যোগফল নির্ণয় কর।

16. প্রদত্ত চিত্রে

(i) $\angle a = \angle c$ হইলে, প্রমাণ কর $\angle b = \angle c$;

(ii) $\angle e = \angle g$ হইলে, প্রমাণ কর $\angle f = \angle g$;

(iii) $\angle a = \angle d$ হইলে, প্রমাণ কর $\angle b = \angle c$;

(iv) $\angle e = \angle h$ হইলে, প্রমাণ কর $\angle f = \angle g$;

(কোণমানযন্ত্র সাহায্যে পরিমাপ করিয়া প্রশ্নটির সমাধান কর।)

পঞ্চম অধ্যায়

সরলরেখা সমদ্বিখণ্ডন

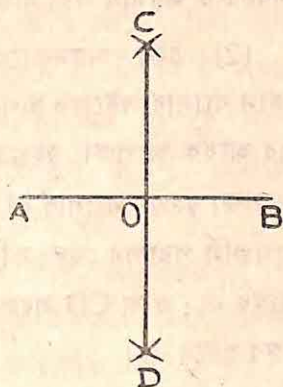
কোন একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইলে, তোমরা ঐ দৈর্ঘ্যের অর্ধাংশ মনে মনে হিসাব করিয়া স্কেলের সাহায্যে সরলরেখার একপ্রান্ত হইতে স্কেলের উপর ঐ চিহ্ন দেখিয়া সরলরেখার মধ্যবিন্দুটি সহজেই বাহির করিতে পার। এইরূপে সরলরেখার মধ্যবিন্দুটি বাহির করিলেই সরলরেখাটি দুইটি সমান অংশে বিভক্ত হইল। মনে কর 10 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরলরেখা তোমাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে দেওয়া হইল। অতএব ঐ সরলরেখাটির অর্ধাংশের দৈর্ঘ্য 5 সেন্টিমিটার হইবে; এখন সরলরেখাটির সহিত সংলগ্ন করিয়া স্কেল স্থাপন কর এবং স্কেল দেখিয়া সরলরেখাটির একপ্রান্ত হইতে 5 সেন্টিমিটার অংশ চিহ্নিত কর; বাকী অংশ পরিমাপ করিলে, উহাও 5 সেন্টিমিটার হইবে, কারণ রেখাটির পূর্ণ দৈর্ঘ্য 10 সেন্টিমিটার.ছিল। এই প্রণালীতে কোন সরলরেখা সমদ্বিখণ্ডিত করা যায়, কিন্তু সরলরেখা সমদ্বিখণ্ডনের নিম্নলিখিত প্রণালীটি জানা প্রয়োজন।

C

A O B

D

একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইবে।

মনে কর, AB একটি নির্দিষ্ট সীমাবিশিষ্ট সরলরেখা; ইহাকে সমান দুই ভাগে ভাগ করিতে হইবে।

অঙ্কনঃ—A-কে কেন্দ্র করিয়া AB-এর সমান ব্যাসার্ধ লইয়া

AB-এর উভয়দিকে দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কিত কর। B-কে কেন্দ্র করিয়া ঐ একই ব্যাসার্ধ লইয়া AB-এর উভয়দিকে পুনরায় দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কিত কর। শেষোক্ত দুইটি বৃত্তচাপ প্রথম দুইটি বৃত্তচাপকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করিল।

CD যোগ কর।

CD সরলরেখা AB-কে O বিন্দুতে ছেদ করিল। তাহা হইলে AB সরলরেখা O বিন্দুতে সমান দুই অংশে বিভক্ত হইল।

মন্তব্য ঃ—(1) কাঁটা-কম্পাস সাহায্যে মাপিয়া দেখিলে দেখা যাইবে যে $AO = BO$ এবং কোণমানযন্ত্র সাহায্যে পরীক্ষা করিলে $\angle COA = \angle COB = 90^\circ$ পাওয়া যাইবে, অর্থাৎ CD সরলরেখাটি AB রেখার উপর লম্ব।

এই প্রণালী হইতে কোন সরলরেখার উপর লম্ব অঙ্কনের নিয়মটিও অনুমান করা যাইতে পারে।

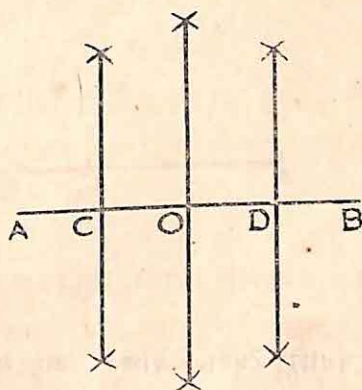
(2) চাপ অঙ্কনকালে AB-এর সমান ব্যাসার্ধ না লইয়া অন্য কোন ব্যাসার্ধ লইলেও চলিতে পারে, তবে ঐ ব্যাসার্ধ অবশ্যই AB-এর অর্ধেক অপেক্ষা বৃহত্তর হওয়া প্রয়োজন। AB-এর অর্ধেক অপেক্ষা বৃহত্তর ব্যাসার্ধ না লইলে AB রেখার উভয় পার্শ্বে অঙ্কিত চাপগুলি পরস্পর ছেদ করিবে না এবং আমরা C ও D বিন্দুগুলি পাইব না ; ফলে CD সরলরেখা অঙ্কন দ্বারা O বিন্দুটিও পাওয়া সম্ভব হইবে না।

উপরোক্ত প্রণালীর সাহায্যে **কোন নির্দিষ্ট সরলরেখাকে চারিটি সমান অংশে ভাগ করা যাইতে পারে।**

মনে কর, AB সরলরেখাকে চারিটি সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে।

অঙ্কন :—প্রথম প্রণালী অনুসারে AB সরলরেখাকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করা হইল। এক্ষণে AO ও BO দুইটি সরলরেখাকে যথাক্রমে C ও D বিন্দুতে পূর্বোক্ত প্রণালী অনুসারে পুনরায় সমদ্বিখণ্ডিত করা হইল।

অতএব AB সরলরেখাটি C, O, D বিন্দুতে চারিটি সমান অংশে বিভক্ত হইল।

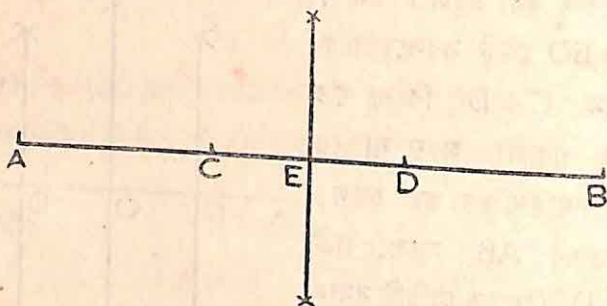
A C O D B

স্কেল সাহায্যে AB-এর পূর্ণ দৈর্ঘ্য মাপিয়া এবং AC, CO, OD ও DB অংশগুলি পৃথকভাবে মাপিয়া ইহার সত্যতা প্রমাণ করা যাইতে পারে।

মন্তব্য :—উপরোক্ত প্রণালী সাহায্যে প্রতি অংশের পুনঃ পুনঃ সমদ্বিখণ্ডন দ্বারা একটি সরলরেখাকে যথাক্রমে 8, 16 প্রভৃতি সমান অংশে বিভক্ত করা যায়। কিন্তু দুই-এর গুণিতক ব্যতীত অপর যে কোন সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইলে এই প্রণালী সাহায্যে করা যায় না; তখন অন্য প্রণালী গ্রহণ করিতে হইবে।

ব্যবহারিক ক্ষেত্রে কোন অপেক্ষাকৃত দীর্ঘ সরলরেখাকে সমদ্বিখণ্ডনের জন্য নিম্নলিখিত প্রণালীটি সহজ হইবে। তবে সমদ্বিখণ্ডনের বিশুদ্ধতা সম্বন্ধে নিঃসন্দেহ হওয়া যায় না।

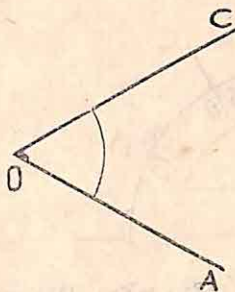
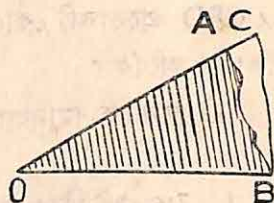
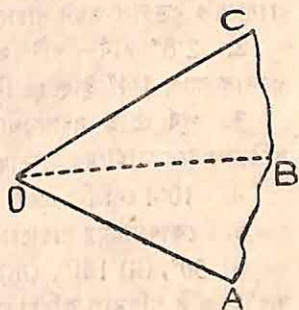
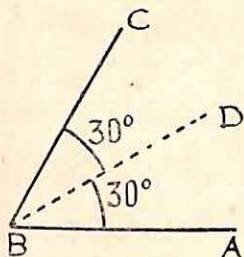
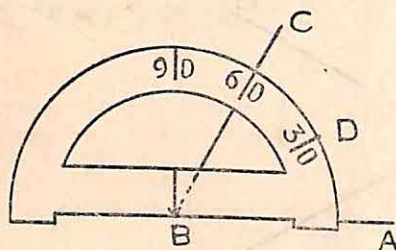
মনে কর, AB একটি 3 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা; ইহাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইবে। AB সরলরেখার উভয়প্রান্ত হইতে

স্কেলের সাহায্যে 1 ইঞ্চি করিয়া মাপিয়া C ও D বিন্দু দুইটি পাওয়া গেল। এক্ষণে A প্রান্তবিন্দু হইতে 1 ইঞ্চি ও B প্রান্ত-বিন্দু হইতে 1 ইঞ্চি, মোট 2 ইঞ্চি বাদ গেলে অবশিষ্ট CD সরল-

রেখাটির দৈর্ঘ্য 1 ইঞ্চি। অতঃপর এই 1 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরল-রেখাকে E বিন্দুতে প্রদত্ত প্রণালী অনুসারে সমদ্বিখণ্ডিত করিলে, পূর্ণ AB রেখাটিও E বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হইল।

যদি একখণ্ড কাগজে একটি সরলরেখা AB অঙ্কিত করিয়া এরূপভাবে ভাঁজ করা যায় যে, A বিন্দু B বিন্দুর উপর আসে এবং ভাঁজের দাগটি যদি AB সরলরেখার উপরস্থিত C বিন্দু দিয়া যায়, তাহা হইলে C বিন্দু AB-এর মধ্যবিন্দু অর্থাৎ C বিন্দুতে AB সরলরেখা সমদ্বিখণ্ডিত হইবে। ব্যবহারিকক্ষেত্রে এই সকল প্রণালীতে কোন সরলরেখা সমদ্বিখণ্ডিত করা যায়।

কোণ সমদ্বিখণ্ডন

কোন একটি নির্দিষ্ট কোণ সমদ্বিখণ্ডন করিতে হইলে ব্যবহারিক ক্ষেত্রে নিম্নলিখিত প্রণালীটির সাহায্য লওয়া যায়। একখণ্ড কাগজে $\angle AOC$ একটি কোণ অঙ্কিত কর; কাগজখণ্ড হইতে $\angle AOC$

কোণটি কাটিয়া উঠাইয়া লও। অতঃপর কাগজখণ্ডকে এরূপে ভাঁজ কর যেন OA বাহুটি OC বাহুর উপর পড়ে। এখন

কাগজখণ্ড খুলিয়া ধরিলে ভাঁজ বরাবর OB রেখাটি পাইবে। ঐ OB রেখাটি ∠ AOC কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করিবে। ইহা ব্যতীত কোণমানযন্ত্র সাহায্যে সহজেই যে কোন নির্দিষ্ট কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করা যায়।

মনে কর 60° ডিগ্রীর একটি কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইবে। (পরপৃষ্ঠার চিত্র দেখ) কোণমানযন্ত্র সাহায্যে তোমরা কোণ অঙ্কনের প্রণালী অনুসারে কাগজে একটি 60° ডিগ্রী কোণ অঙ্কিত করিয়া লও। 60° ডিগ্রী কোণের অর্ধেক কোণের পরিমাণ 30° ডিগ্রী হইবে। কোণমানযন্ত্রের ব্যাসকে অঙ্কিত 60° কোণের AB বাহুর সহিত সংলগ্ন করিয়া স্থাপন কর; BC বাহুটি

পরিধির 60° ডিগ্রী চিহ্ন বরাবর পড়িবে। অতঃপর পরিধির উপর 30° ডিগ্রী চিহ্ন দেখিয়া লইয়া কাগজের উপর D বিন্দুর চিহ্ন দাও।

এখন কোণমানযন্ত্রটি উঠাইয়া লইয়া BD সংযুক্ত করিলে, ঐ BD সরলরেখা ∠ABC কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করিবে। ∠ABD ও ∠CBD প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ 30° এবং উহারা ∠ABC কোণের অর্ধেক।

এইরূপে কোণমানযন্ত্র সাহায্যে কোণ সমদ্বিখণ্ডিত করা যায়।

অনুশীলনী

1. 7·6 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরলরেখাকে 5·4 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধের বৃত্তচাপ অঙ্কন সাহায্যে সমদ্বিখণ্ডিত কর।

2. 2·8″ দীর্ঘ একটি সরলরেখাকে সমদ্বিখণ্ডিত কর; মাপিয়া দেখ, প্রত্যেক অংশ 1·4″ ইঞ্চি হয় কি না। উক্ত অর্ধাংশগুলি সমদ্বিখণ্ডিত কর।

3. পূর্ব প্রশ্নে সরলরেখাটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে যে বৃত্তচাপ অঙ্কন করিতে হইবে তাহাদের ব্যাসার্ধ কমপক্ষে কত হওয়া দরকার?

4. 10·4 সেঃ মিঃ একটি সরলরেখাকে চারিটি সমান অংশে বিভক্ত কর।

5. কোণমানযন্ত্র সাহায্যে নিম্নলিখিত কোণগুলি সমদ্বিখণ্ডিত কর :—
(i) 30°, (ii) 140°, (iii) 84°, (iv) 112°;
অর্ধাংশগুলি পরিমাপ করিয়া তোমার সমদ্বিখণ্ডনের বিশুদ্ধতা পরীক্ষা কর।

6. 45° ডিগ্রী একটি ও উহার দ্বিগুণ অপর একটি কোণ অঙ্কন কর।

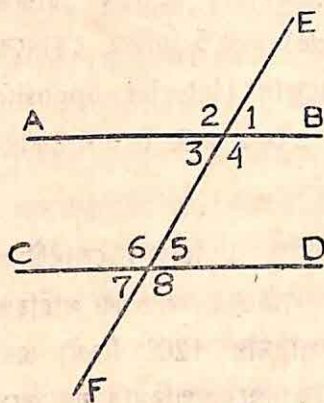
7. 4 ইঞ্চি দীর্ঘ একটি সরলরেখাকে আটটি সমান অংশে বিভক্ত কর।

8. কোণমানযন্ত্র সাহায্যে 160° ডিগ্রীর একটি কোণকে সমান চারি অংশে বিভক্ত কর।

ষষ্ঠ অধ্যায়

সমান্তরাল সরলরেখা

সমান্তরাল সরলরেখা সম্বন্ধে প্রথম অধ্যায়ে আলোচনা করা হইয়াছে। একই সমতলে অবস্থিত যে সমস্ত সরলরেখা, উভয়দিকে যথেচ্ছ বর্ধিত হইলেও, কখনও পরস্পরের সহিত মিলিত হয় না, তাহাদিগকে **সমান্তরাল সরলরেখা** (Parallel Straight line) বলে।

পার্শ্বস্থ চিত্রে AB ও CD দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা, কিন্তু RS ও LM দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা নহে কারণ RS ও LM-কে R ও L-এর দিকে বর্ধিত করিলে উহারা O বিন্দুতে মিলিত হইবে।

যে সরলরেখা দুই কিংবা ততোধিক নির্দিষ্ট রেখাকে ছেদ করে, তাহাকে **ছেদক** (Transversal) বলে। চিত্রে EF ছেদকটি AB ও CD সমান্তরাল সরলরেখা দুইটিকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে; ইহার ফলে ছেদকটি ও ঐ সরলরেখা-

দ্বয়ের মধ্যে সর্বশুদ্ধ আটটি কোণ উৎপন্ন হইয়াছে। অবস্থান অনুসারে ঐ কোণগুলির বিশেষ বিশেষ নাম দেওয়া হইয়াছে :—

(a) 1, 2, 7, 8 সংখ্যাচিহ্নিত কোণগুলিকে **বহিঃকোণ** (Exterior Angle) বলে।

(b) 3, 4, 5, 6 সংখ্যাচিহ্নিত কোণগুলিকে **অন্তঃকোণ** (Interior Angles) বলে।

(c) 3 ও 5 সংখ্যাচিহ্নিত কোণ দুইটিকে **একান্তর কোণ** (Alternate Angles) বলে; 4 ও 6 সংখ্যা চিহ্নিত কোণদ্বয়ও একান্তর কোণ।

(d) 4 ও 5 সংখ্যাচিহ্নিত কোণ দুইটিকে ছেদকের **এক পার্শ্বস্থ অন্তঃকোণ** (Interior Angles on the same side) বলে; 3 ও 6 সংখ্যাচিহ্নিত কোণদ্বয়ও একই পার্শ্বস্থ অন্তঃকোণ।

(e) 1 ও 5 সংখ্যাচিহ্নিত কোণ দুইটিকে **অনুরূপ কোণ** (Corresponding angle) বলে; ইহাদের মধ্যে 1 চিহ্নিত কোণটি **বহিঃকোণ** (Exterior angle) এবং 5 চিহ্নিত কোণকে EF-এর **একই পার্শ্বস্থ বিপরীত অন্তঃকোণ** (Interior opposite angle on the same side) বলে; 2 ও 6, 7 ও 3, 8 ও 4 কোণ-যুগলও অনুরূপ কোণ।

কোণমানযন্ত্র সাহায্যে চিত্রে অঙ্কিত 1 চিহ্নিত কোণটিকে পরিমাপ করিলে, ইহার পরিমাণ 60° পাইবে। অতএব সন্নিহিত কোণ বলিয়া 2 চিহ্নিত কোণটির পরিমাণ 120° ডিগ্রী এবং বিপ্রতীপকোণ বলিয়া 3 ও 4 চিহ্নিত কোণদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে 60° ও 120° ডিগ্রী হইবে। পুনরায় 5 চিহ্নিত কোণটি কোণমানযন্ত্র

সাহায্যে পরিমাপ করিয়া দেখ, উহার পরিমাণও 60° ডিগ্রী পাইবে ; অতএব 6, 7 ও 8 চিহ্নিত কোণগুলির পরিমাণ যথাক্রমে 120°, 69° ও 120° হইবে।

EF ছেদকটি AB ও CD সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয়কে ছেদ করায় 1 ও 5 সংখ্যাচিহ্নিত অনুরূপ কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটির পরিমাণ 60° ডিগ্রী হইল ; অতএব উহারা পরস্পর সমান। 2 ও 6 চিহ্নিত কোণদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণ 120° এবং উহারা পরস্পর সমান। পরিমাপের সাহায্যে 3 ও 7 চিহ্নিত এবং 4 ও 8 চিহ্নিত অনুরূপ কোণগুলিও সমান প্রমাণিত হইল।

3 ও 5 চিহ্নিত একান্তর কোণদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণ 60° ; অতএব উহারা পরস্পর সমান। পুনরায় 4 ও 6 চিহ্নিত একান্তর কোণদ্বয়ও পরস্পর সমান এবং উহাদের প্রত্যেকের পরিমাণ 120°।

4 চিহ্নিত ও 5 চিহ্নিত একই পার্শ্বস্থ অন্তঃকোণদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে 120° ও 60° ; অতএব উহাদের যোগফল 180° বা 2 সমকোণের সমান। এইরূপে দেখা যাইবে 3 ও 6 চিহ্নিত কোণগুলির যোগফলও দুই সমকোণের সমান।

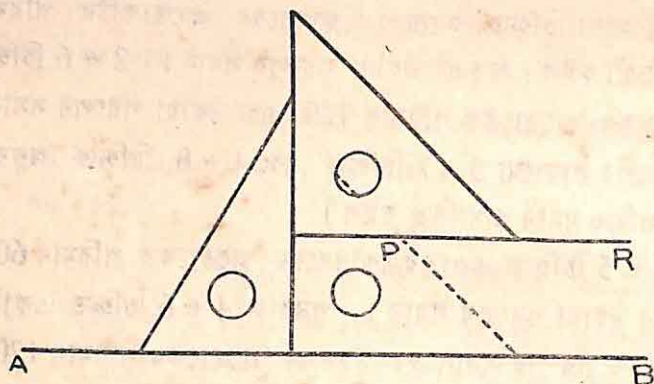
যে কোন দুইটি বা ততোধিক সমান্তরাল সরলরেখা লইয়া বিভিন্ন অবস্থানে উহাদের একটি ছেদক অঙ্কন করিয়া কোণমানযন্ত্র সাহায্যে উৎপন্ন কোণগুলি পরিমাপ করিলে তোমরা দেখিতে পাইবে যে :—

(a) **অনুরূপ কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে ;**

(b) **একান্তর কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে ;**

(c) **একই পার্শ্বস্থ অন্তঃকোণদ্বয়ের যোগফল দুই সমকোণের সমান হইবে।**

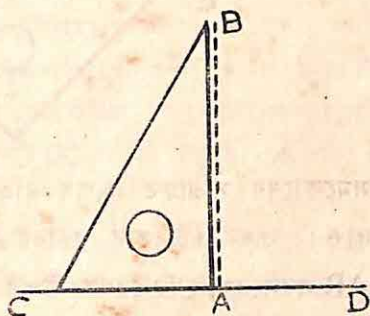
ত্রিকোণীর সাহায্যে সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন

মনে কর, AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা এবং P ইহার বহিঃস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। P বিন্দু দিয়া AB-এর সমান্তরাল একটি সরলরেখা টানিতে হইবে।

AB সরলরেখার সহিত মিলাইয়া একখানি ত্রিকোণীর সমকোণ সংলগ্ন একটি ধার বসাও এবং বাম হাতের আঙ্গুল দিয়া চাপিয়া ধর। এইবার দ্বিতীয় ত্রিকোণীখানিকে এরূপভাবে স্থাপন কর যেন উহার সমকোণ সংলগ্ন একটি ধার প্রথম ত্রিকোণীর সমকোণের অপর বাহুর গা ঘেষিয়া থাকে। এখন দ্বিতীয় ত্রিকোণীটিকে আস্তে আস্তে P বিন্দুর দিকে সরাও যতক্ষণ না ইহার সমকোণের অপর বাহুটি P বিন্দুতে উপনীত হয়। উক্ত ধারটি P বিন্দুতে পৌঁছিলে ত্রিকোণীর ধার বরাবর PR সরলরেখা টান এবং উভয়দিকে বর্ধিত কর; PR সরলরেখা AB সরলরেখার সমান্তরাল হইবে।

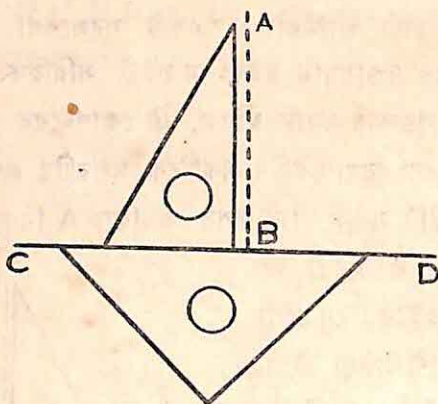
বি একখানি ত্রিকোণী ও একখানি স্কেলের সাহায্যেও সমান্তরাল
60° রেখা অঙ্কিত হইতে পারে।

ত্রিকোণীর সাহায্যে লম্ব অঙ্কন

সমকোণের সংজ্ঞা আলোচনার সময়ে চতুর্থ অধ্যায়ে লম্ব কাহাকে বলে তাহা জানিয়াছ। একটি সরলরেখা অপর একটি সরলরেখার উপর দণ্ডায়মান হইয়া যে দুইটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন করে, তাহারা পরস্পর সমান হইলে, ঐ কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটিকে **সমকোণ** বলে এবং রেখা দুইটির একটিকে অপরটির **লম্ব** বলা হয়।

মনে কর, CD সরলরেখার উপর অবস্থিত A বিন্দু হইতে CD সরলরেখার উপর একটি লম্ব অঙ্কিত করিতে হইবে। যে কোন একখানি ত্রিকোণী লইয়া উহার সমকোণের সন্নিহিত একটি ধার CD সরলরেখার সহিত মিলাইয়া স্থাপন কর; এখন ইহাকে ক্রমশঃ সরাইয়া আনিয়া ত্রিকোণীর সমকোণ সংলগ্ন শীর্ষবিন্দুটি A বিন্দুর সহিত মিলিত কর। অতঃপর ত্রিকোণীখানির সমকোণের অপর বাহুর ধার বরাবর AB একটি সরলরেখা অঙ্কন কর। AB সরলরেখাটি A বিন্দুতে CD সরলরেখার উপর লম্ব হইল।

A বিন্দুটি যদি CD সরলরেখার **বহিঃস্থ কোন বিন্দু** হয় তবে নিম্নলিখিত প্রণালী অবলম্বন করিবে।

যন্ত্রের বাক্স হইতে একখানি ত্রিকোণী (বা স্কেলখানি) লইয়া উহাকে CD সরলরেখার নীচে, CD সরলরেখার সহিত মিলাইয়া স্থাপন কর। বাম হাতের আঙ্গুল দিয়া ত্রিকোণীখানি চাপিয়া ধর,

এবং ইহার উপর অপর ত্রিকোণীখানির সমকোণের সংলগ্ন একটি ধার বসাও। অতঃপর দ্বিতীয় ত্রিকোণীখানিকে ক্রমশঃ সরাইয়া

সমকোণের সন্নিহিত অপর বাহুটি A বিন্দুতে আনিয়া ঠেকাইয়া দাও। এখন এই ধার বরাবর AB সরলরেখা অঙ্কন করিলে ঐ AB সরলরেখা CD রেখার উপর লম্ব হইবে।

পেন্সিল কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যেও একটি সরলরেখার বহিঃস্থ কোন বিন্দু হইতে ঐ সরলরেখার উপর লম্ব টানা যায়।

অনুশীলনী

1. চিত্র অঙ্কন করিয়া ছেদক, একান্তর কোণ, অনুরূপ কোণ ও বহিঃকোণ কাহাকে বলে বুঝাইয়া দাও।

2. 45 মিলিমিটার ব্যবধানে দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন কর।

3. AB সরলরেখা হইতে 2·3″ দূরে উহার সমান্তরাল একটি সরলরেখা অঙ্কন কর।

4. 30° ডিগ্রী পরিমাণবিশিষ্ট ∠BAC কোণ অঙ্কন করিয়া উহার AB বাহু হইতে 3″ ইঞ্চি দৈর্ঘ্যের সমান করিয়া AD অংশ কাটিয়া লও; D বিন্দু হইতে AC-এর উপর DE লম্ব টানিয়া DE-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

5. ত্রিকোণীর সাহায্যে 3 ইঞ্চি পরিমিত একটি সরলরেখার মধ্য-বিন্দুতে একটি লম্ব অঙ্কন কর।

6. 60° ডিগ্রী পরিমাণবিশিষ্ট ∠BAC অঙ্কন করিয়া কোণমানযন্ত্র সাহায্যে উহাকে AD রেখা দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত কর; D বিন্দু হইতে AB ও AC বাহুর উপর লম্ব টানিয়া উহাদের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিলে কি বুঝা যাইবে?

7. কোণমানযন্ত্র সাহায্যে একটি সমকোণ অঙ্কন করিয়া উহার বাহুদ্বয়ের উপর দুইটি বিন্দু লও; ঐ দুইটি বিন্দু দিয়া বাহু দুইটির সমান্তরাল দুইটি সরলরেখা টানিলে উৎপন্ন অপর তিনটি কোণের পরিমাণ কত হইবে?

8. $\frac{1}{4}''$ ইঞ্চি অন্তর পাঁচটি সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন কর।

9. 7·5 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট AB সরলরেখা অঙ্কন করিয়া উহার B বিন্দুতে BC লম্ব অঙ্কন কর; A বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া 8·5 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর; বৃত্তচাপটি BC-কে D বিন্দুতে ছেদ করিল। BD-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

10. 13 সেন্টিমিটার দীর্ঘ EF একটি সরলরেখা অঙ্কন কর। E ও F প্রান্তবিন্দুদ্বয় হইতে 3 সেন্টিমিটার দূরে ঐ সরলরেখার উপর A ও B দুইটি বিন্দু লইয়া EF সরলরেখার দুই বিপরীত পার্শ্বে 5 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট AC ও BD দুইটি লম্ব টানিয়া CD যোগ কর। স্কেলের সাহায্যে মাপিয়া প্রমাণ কর যে CD ও EF এর ছেদবিন্দুটি EF-এর মধ্যবিন্দু।

11. 2 সেন্টিমিটার ব্যবধানে দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন করিয়া উহাদের একটি ছেদক এরূপে অঙ্কন কর যেন একটি বহিঃকোণের পরিমাণ 30° ডিগ্রী হয়। একান্তর কোণগুলি ও অনুরূপ কোণগুলির পরিমাণ নির্ণয় কর।

সপ্তম অধ্যায়

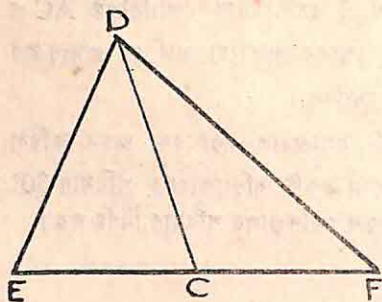
ত্রিভুজ

সরলরেখা সম্বন্ধে আলোচনাকালে বলা হইয়াছে যে, একটি বা দুইটি সরলরেখা দ্বারা কোন ক্ষেত্রই পরিবেষ্টিত হয় না; সরলরেখা দ্বারা কোন ক্ষেত্রকে সীমাবদ্ধ করিতে হইলে অন্ততঃ তিনটি সরল-রেখার প্রয়োজন। সাধারণভাবে তিন বা ততোধিক সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ সমতলক্ষেত্রকে **সামতলিক সরলরৈখিক ক্ষেত্র** (Plane Rectilineal Figure) বলে এবং সীমাস্থিত সরলরেখাসমূহকে ঐ ক্ষেত্রের **ভুজ** বা **বাহু** (side) বলে।

যে সমতলক্ষেত্র তিনটি সরলরেখার দ্বারা সীমাবদ্ধ, তাহাকে **ত্রিভুজ** (Triangle) বলে। ঐ তিনটি সরলরেখার প্রত্যেকটিকে **বাহু** (side) বলা হয়।

DEF একটি ত্রিভুজ। D, E ও F এই কৌণিক বিন্দু তিনটির যে কোন একটিকে ত্রিভুজের **শীর্ষবিন্দু** (Vertex) বলা হয় এবং উহার বিপরীত বাহুকে **ভূমি** (Base) বলা হয়।

যেমন D-কে শীর্ষবিন্দু ধরিলে, EF ভূমি হইবে; E-কে শীর্ষবিন্দু ধরিলে, DF ভূমি হইবে, আবার, F-কে শীর্ষবিন্দু ধরিলে DE ভূমি হইবে।

DE, EF এবং FD এই তিনটি সরলরেখাকে ত্রিভুজটির বাহু (side) বলে।

তিনটি বাহু দ্বারা তিনটি কৌণিক বিন্দুতে যথাক্রমে ∠DEF, ∠EFD ও ∠FDE এই তিনটি কোণ উৎপন্ন হইয়াছে।

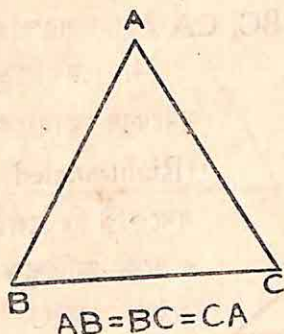
সুতরাং প্রত্যেক ত্রিভুজের ছয়টি অংশ—তিনটি বাহু ও তিনটি কোণ।

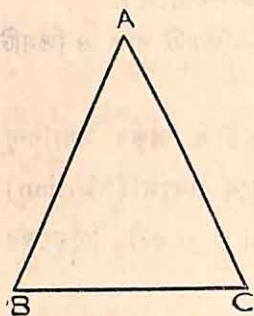
ত্রিভুজের যে কোন শীর্ষবিন্দুর সহিত বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু যোগ করিলে যে সরলরেখা পাওয়া যায় তাহাকে **মধ্যমা** (Median) বলে। DEF ত্রিভুজে DC একটি মধ্যমা। একটি ত্রিভুজের এইরূপ তিনটি মধ্যমা থাকিতে পারে।

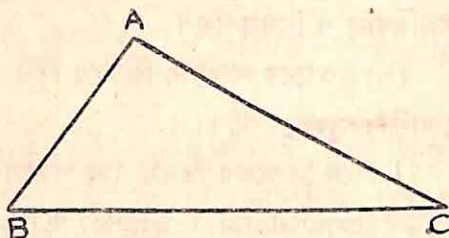
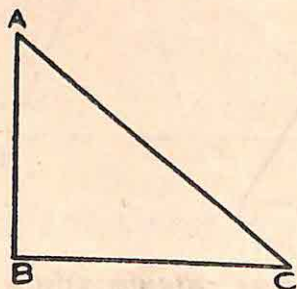
ত্রিভুজ ছয় প্রকার ঃ—

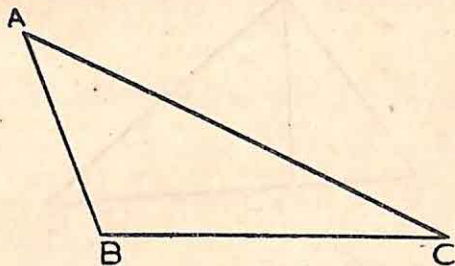
(a) বাহুর দৈর্ঘ্যের তারতম্য অনুসারে তিন প্রকার ঃ—**সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু।**

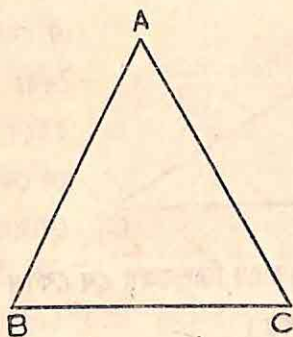
(b) কোণের পরিমাণ হিসাবে তিন প্রকার ঃ—**সমকোণী, স্থূল-কোণী ও সূক্ষ্মকোণী।**

1. যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর সমান তাহাকে **সমবাহু ত্রিভুজ** (Equilateral Triangle) বলে।

কোণমানযন্ত্র সাহায্যে সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলি মাপিলে দেখা যাইবে যে, উহারা পরস্পর সমান ও প্রত্যেকটি কোণ 60°।

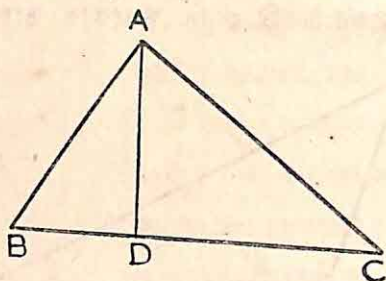
2. যে ত্রিভুজের দুইটি বাহু পরস্পর সমান তাহাকে **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ** (Isosceles Triangle) বলে।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে সমান বাহু দুইটির সম্মুখীন কোণ দুইটি কোণমানযন্ত্র সাহায্যে মাপিলে দেখা যাইবে যে উহারা পরস্পর সমান। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অসমান তৃতীয় বাহুকেই সাধারণতঃ **ভূমি** বলা হয় এবং উহার বিপরীত কৌণিকবিন্দুকে **শীর্ষবিন্দু** বলা হয়। BC ভূমি এবং A শীর্ষবিন্দু।

3. যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান তাহাকে **বিষমবাহু ত্রিভুজ** (Scalene Triangle) বলে। চিত্রে ABC ত্রিভুজে AB, BC, CA ইহারা পরস্পর অসমান।

4. যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ তাহাকে **সমকোণী ত্রিভুজ** (Right-angled Triangle) বলে। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের সম্মুখীন বাহুকে **অতিভুজ** (Hypotenuse) বলে। ABC সমকোণী ত্রিভুজের ABC একটি সমকোণ; AC উহার অতিভুজ। কোণমানযন্ত্র সাহায্যে মাপিয়া দেখিলে দেখা যাইবে

যে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটি সূক্ষ্মকোণ।

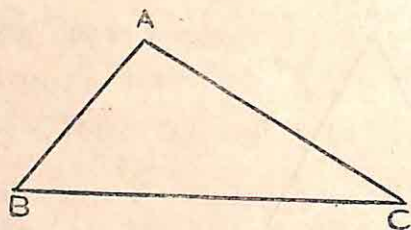
5. যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ তাহাকে **স্থূলকোণী**

ত্রিভুজ (Obtuse-angled Triangle) বলে। ABC স্থূলকোণী ত্রিভুজের ABC একটি স্থূলকোণ।

6. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ তাহাকে **সূক্ষ্মকোণী**

ত্রিভুজ (Acute-angled Triangle) বলে।

কোন ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হইতে ভূমির উপর পাতিত লম্বকে উহার **উচ্চতা** বা **উন্নতি (Altitude)** বলে।

AD লম্বই BC ভূমি হইতে A বিন্দুর উচ্চতা, এইরূপ B শীর্ষ-বিন্দুর উচ্চতা AC ভূমির উপর লম্ব টানিয়া এবং C বিন্দুর উচ্চতা

AB-এর উপর লম্ব টানিয়া মাপিতে হয়।

ত্রিভুজের বাহু ও কোণ বিষয়ক দুইটি সত্য

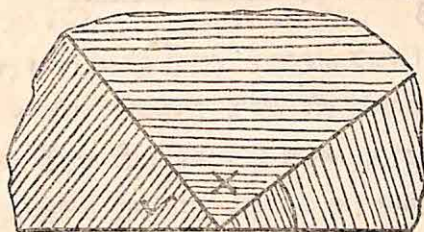
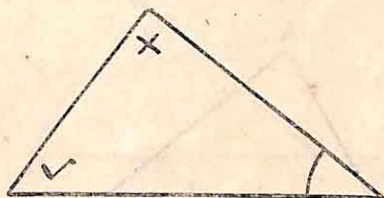
ABC একটি ত্রিভুজ। স্কেলের সাহায্যে ইহার AB ও AC বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিয়া যোগ কর। দেখিতে পাইবে

ঐ যোগফল BC বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর হইবে। ত্রিভুজটির অপর যে কোন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের যোগফলও তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। অতএব **ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বড়।**

অতঃপর কোণমানযন্ত্র সাহায্যে উপরোক্ত ABC ত্রিভুজের ∠BAC ও ∠ABC কোণদ্বয়ের পরিমাণ নির্ণয় কর। মনে কর, উহাদের পরিমাণ যথাক্রমে 100° ও 50°; অবশিষ্ট ∠ACB কোণটি পরিমাপ করিলে দেখিবে উহার পরিমাণ 30° হয়। অতএব

$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACD = 100^\circ + 50^\circ + 30^\circ = 180^\circ$ বা দুই সমকোণ হইল। ইহা দ্বারা প্রমাণিত হইল যে—

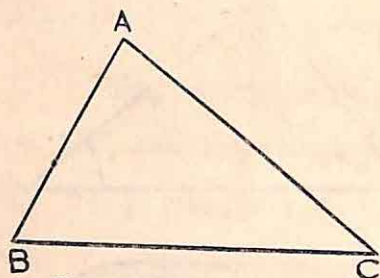
ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাণের যোগফল 180° বা দুই সমকোণ।

এই সত্যটি নিম্নলিখিত পরীক্ষা দ্বারা বুঝিবার চেষ্টা কর।

কাগজের উপর একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করিয়া ত্রিভুজটি কাটিয়া উঠাইয়া লও। অতঃপর ত্রিভুজের তিনটি কোণ ছিঁড়িয়া লও এবং পার্শ্ববর্তী চিত্রানুযায়ী উহাদের শীর্ষবিন্দুগুলি একটি বিন্দুতে মিলিত করিয়া কোণগুলিকে পরস্পর সংলগ্ন করিয়া বসাও। এইরূপ করিলে দেখিতে পাইবে যে, দুই পার্শ্বের কোণ-দ্বয়ের বহিঃস্থ বাহু দুইটি একই সরল-রেখায় অবস্থিত হইয়াছে, অর্থাৎ কোণ তিনটি মিলিয়া একটি সরলকোণ উৎপন্ন করিয়াছে। অতএব প্রমাণিত হইল যে **ত্রিভুজের তিনটি কোণ একত্রে দুই সমকোণের সমান।**

ব্যবহারিক প্রণালী ব্যতীতও ত্রিভুজের বাহু ও কোণ সম্বন্ধে উপরোক্ত দুইটি সত্য উপপাদ্য সাহায্যে প্রমাণ করা যায়।

ত্রিভুজ অঙ্কন

ত্রিভুজ অঙ্কনের প্রণালী জানিবার পূর্বে তুমি প্রদত্ত একটি ত্রিভুজকে নকল করিয়া উহার অবিকল চিত্র অঙ্কনের চেষ্টা কর। ইহা হইতে ত্রিভুজ অঙ্কনকার্যে কমপক্ষে ত্রিভুজ-এর কয়টি অঙ্গ জানা থাকা প্রয়োজন তাহা সহজেই বুঝিতে পারিবে। মনে কর, নিম্নে প্রদত্ত ABC ত্রিভুজের চিত্রটি অবিকল নকল করিতে হইবে।

একখণ্ড ট্রেসিং কাগজ ত্রিভুজটির উপর স্থাপন কর; এখন শুধু হাতে প্রথমে AB বাহু এবং অতঃপর যথাক্রমে ∠ABC কোণ ও BC বাহু নকল কর; এই বার ট্রেসিং কাগজখানি তুলিয়া লও। এক্ষণে ত্রিভুজটি পাইতে হইলে অপর কোন অঙ্গ নকল না করিয়া AC বাহু যোগ করিলেই চলিবে। তাহা হইলে দেখা গেল **মাত্র তিনটি অঙ্গ** নকল করিয়াই তুমি প্রদত্ত ত্রিভুজটি পাইতে পার। ট্রেসিং কাগজ-এর সাহায্যে অবশ্য ত্রিভুজের ছয়টি অঙ্গই নকল করা সহজ, কিন্তু কোণ-মানযন্ত্র ও স্কেলের সাহায্যে এইরূপ করিতে গেলে বৃথা সময় নষ্ট হইবে।

ত্রিভুজ অঙ্কন

কোন ত্রিভুজের নিম্নলিখিত যে কোন **তিনটি অঙ্গ** জানা থাকিলেই ত্রিভুজটি অঙ্কন করা যায়ঃ—

(i) তিন বাহু,

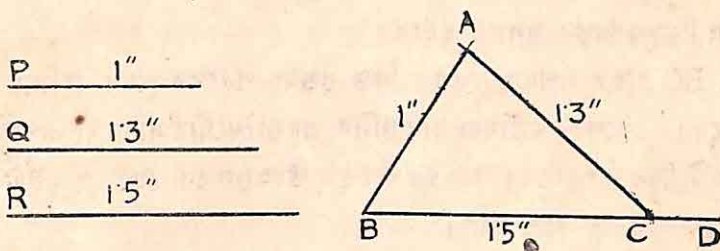
(ii) দুই বাহু ও তাহাদের মধ্যবর্তী কোণ,

(iii) দুই কোণ ও এক বাহু।

আমরা স্কেল ও কোণমানযন্ত্র সাহায্যে এই তিন প্রকারের ত্রিভুজ অঙ্কনের প্রণালী বর্ণনা করিব।

(i) ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করিতে হইবে।

মনে কর, P, Q ও R তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে; এরূপ একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করিতে হইবে, যাহার বাহু তিনটি যথা-

ক্রমে P, Q এবং R সরলরেখা তিনটির সমান হইবে। P-এর দৈর্ঘ্যের পরিমাণ 1″, Q-এর দৈর্ঘ্য 1·3″ এবং R-এর দৈর্ঘ্য 1·5″ দেওয়া আছে।

অঙ্কন ঃ—স্কেলের সাহায্যে 1·5″ অপেক্ষা দীর্ঘ BD একটি সরলরেখা অঙ্কিত কর। উহা হইতে R-এর সমান অর্থাৎ 1·5″ পরিমাণ দৈর্ঘ্যযুক্ত BC অংশ কাটিয়া লও। পেন্‌সিল কম্পাসের সাহায্যে C-কে কেন্দ্র করিয়া Q-এর সমান অর্থাৎ 1·3″ ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর এবং B-কে কেন্দ্র করিয়া P-এর সমান অর্থাৎ 1″ ব্যাসার্ধ লইয়া অপর একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। মনে কর, উভয় বৃত্তচাপ A বিন্দুতে ছেদ করিল।

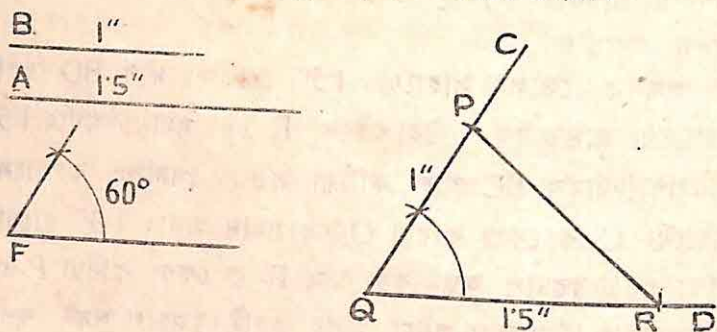
AC এবং AB যোগ কর।

ABC ত্রিভুজটিই নির্ণেয় ত্রিভুজ হইবে। অঙ্কিত ত্রিভুজটির

BC, CA এবং AB বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরিমাপ করিলে যথাক্রমে 1·5″, 1·3″ এবং 1″ হইবে। এইরূপে স্কেলের সাহায্যে বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরিমাপ করিয়া তোমার অঙ্কনের বিশুদ্ধতা পরীক্ষা করিবে।

মন্তব্য ঃ—উপরোক্ত প্রতিজ্ঞায় প্রদত্ত P, Q, R বাহুগুলির দৈর্ঘ্য এমন হওয়া প্রয়োজন যাহাতে উহাদের যে কোন দুইটি একত্রে তৃতীয়টি অপেক্ষা বড় হয়। এইরূপ না হইলে অঙ্কিত বৃত্তচাপগুলি পরস্পর ছেদ করিবে না, ফলে A বিন্দুটি পাওয়া সম্ভব হইবে না এবং ত্রিভুজ অঙ্কন অসম্ভব হইবে।

BC বাহুর অপর পার্শ্বেও অঙ্কিত বৃত্তদ্বয় পরস্পর ছেদ করিতে পারে। সেক্ষেত্রে তোমরা বাহুগুলির প্রদত্ত দৈর্ঘ্যের সাহায্যে অপর একটি ত্রিভুজ পাইবে। অতএব প্রদত্ত সর্ত অনুসারে তোমরা দুইটি ত্রিভুজ অঙ্কন করিতে পার।

(ii) কোন ত্রিভুজের দুইটি বাহু ও উহাদের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ দেওয়া আছে ; ত্রিভুজটি অঙ্কন করিতে হইবে।

মনে কর প্রদত্ত A ও B দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 1·5″ এবং 1″ দেওয়া আছে এবং তাহাদের মধ্যবর্তী F কোণটির পরিমাণ 60° দেওয়া আছে।

A ও B-এর সমান দুই বাহু লইয়া এবং ইহাদের মধ্যবর্তী কোণটিকে F এর সমান লইয়া একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করিতে হইবে।

অঙ্কন ঃ—1·5″ অপেক্ষা দীর্ঘ QD একটি সরলরেখা লও।

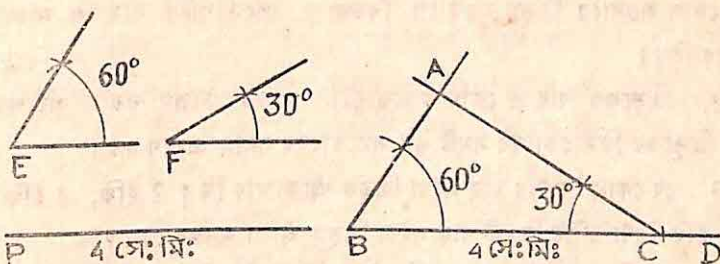
QD সরলরেখার Q বিন্দুতে কোণমানযন্ত্র সাহায্যে F এর সমান অর্থাৎ 60° পরিমাণবিশিষ্ট ∠DQC কোণটি অঙ্কন কর।

QD হইতে A-এর সমান অর্থাৎ 1·5″ দীর্ঘ QR অংশ কাটিয়া লও।

QC হইতে B-এর সমান অর্থাৎ 1″ দীর্ঘ QP অংশ কাটিয়া লও। (প্রয়োজন হইলে QC কে বর্ধিত করিয়া লও) PR যোগ কর।

তাহা হইলে PQR নির্ণেয় ত্রিভুজ হইল।

কোণমানযন্ত্র সাহায্যে অঙ্কিত ত্রিভুজটির Q কোণটি পুনরায় পরিমাপ করিয়া এবং স্কেলের সাহায্যে QP ও QR বাহুর দৈর্ঘ্য মাপিয়া তুমি তোমার অঙ্কনের বিশুদ্ধতা পরীক্ষা করিতে পার।

(iii) দুইটি কোণ এবং উহাদের সন্নিহিত বাহুটি দেওয়া আছে; ত্রিভুজটি অঙ্কিত করিতে হইবে।

মনে কর P বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেন্টিমিটার এবং তৎসংলগ্ন E ও F কোণ দুইটির পরিমাণ যথাক্রমে 60° ও 30° দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করিতে হইবে।

অঙ্কন ঃ—স্কেলের সাহায্যে 4 সেন্টিমিটার অপেক্ষা বড় BD একটি সরলরেখা অঙ্কন কর এবং ইহা হইতে P-এর সমান অর্থাৎ 4 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট BC অংশ কাটিয়া লও।

এখন কোণমানযন্ত্র সাহায্যে BC রেখার B বিন্দুতে ∠E-এর সমান অর্থাৎ 60° পরিমাণবিশিষ্ট ∠CBA অঙ্কন কর।

আবার BC রেখার C বিন্দুতে কোণমানযন্ত্র সাহায্যে F কোণের সমান অর্থাৎ 30° পরিমাণের ∠BCA অঙ্কন কর।

মনে কর BA ও CA পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করিল।

তাহা হইলে ABC নির্ণেয় ত্রিভুজ হইল। পুনরায় কোণমানযন্ত্র ও স্কেলের সাহায্যে কোণ ও বাহু মাপিয়া তুমি তোমার অঙ্কনের বিশুদ্ধতা পরীক্ষা করিতে পার।

অনুশীলনী

1. ত্রিভুজ কাহাকে বলে? ত্রিভুজের কয়টি অংশ ও কি কি? বাহু এবং কোণ অনুসারে ত্রিভুজ কয়ভাগে বিভক্ত? প্রত্যেকটির নাম ও সংজ্ঞা চিত্রসহ লিখ।

2. ত্রিভুজের বাহু ও কোণ সম্বন্ধে দুইটি সত্যের উল্লেখ কর। পরীক্ষা দ্বারা ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান প্রমাণ কর।

3. যে কোন দৈর্ঘ্যের বাহু লইয়া ত্রিভুজ আঁকা যায় কি? 2 ইঞ্চি, 3 ইঞ্চি ও 6 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তিনটি বাহু লইয়া ত্রিভুজ আঁকা অসম্ভব কেন?

4. 3 ইঞ্চি, 4 ইঞ্চি ও 5 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তিনটি বাহুলইয়া একটি ত্রিভুজ অঙ্কিত কর। কোণমানযন্ত্র সাহায্যে কোণগুলি মাপিয়া ইহা কিরূপ ত্রিভুজ হইবে বল। সর্বাপেক্ষা বড় কোণটির পরিমাণ কত?

5. 1", 2" ও 3" দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তিনটি সরলরেখা আঁকিয়া প্রত্যেকটি

উপর এক একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ত্রিভুজগুলির প্রত্যেকটির তিনটি কোণ কোণমানযন্ত্র সাহায্যে মাপিয়া কি সত্য পাওয়া যায় ?

6. নিম্নে কয়েকটী ত্রিভুজের তিনটি বাহুর পরিমাণ দেওয়া হইল। ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত কর। কোণগুলির পরিমাণ নির্ণয় করিতে চেষ্টা কর।

(a) 1·4″, 1·8″, 2·6″ (b) 2·1″, 1·1″, 3·2″ (c) 3·2″, 3·2″, 1·8″ (d) 5·3 সে. মি, 8·3 সে. মি, 2·5 সে. মি. (e) 4·1 ইঞ্চি, 4·1 ইঞ্চি, 4·1 ইঞ্চি (f) 8·9 সে. মি, 8·3 সে. মি, 6·7 সে. মি।

7. কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুর পরিমাণ 1·5″, 2·3″ এবং 4·2″ বলা হইলে ত্রিভুজটি অঙ্কন সম্ভব কি ?

8. নিম্নে কয়েকটী ত্রিভুজের দুইটি বাহু ও তাহাদের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ দেওয়া হইল। ত্রিভুজগুলি অঙ্কন করিয়া স্কেল ও কোণমানযন্ত্র সাহায্যে তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য ও অপর কোণগুলির পরিমাণ নির্ণয় কর।

(i) দুই বাহুর পরিমাণ 2·2″ ও 2·9″ এবং অন্তর্ভূত কোণ 80°
(ii) „ 7·3 সে. মি ও 12·1 সে. মি. „ „ 28°
(iii) „ 2″ ও 3″ „ „ 60°
(iv) „ 3·7″ ও 3·7″ „ „ 42°
(v) „ 3 সে. মি. ও 4 সে. মি. „ „ 90°

9. দুইটি কোণ ও তাহাদের সন্নিহিত বাহুর পরিমাণ দেওয়া হইল ; ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত করিয়া অপর অংশগুলি পরিমাপ কর।

(a) 45° ও 72° এর সহিত বাহু 8·3 সে. মি।
(b) 39° ও 39° „ „ 3·9 ইঞ্চি।
(c) 90° ও 42° „ „ 7·2 সে মি।
(d) 116° ও 78° „ „ 1·8 ইঞ্চি।
(e) 60° ও 60° „ „ 6·5 সে. মি।
(f) 50° ও 130° „ „ 2·8 ইঞ্চি।

[প্রদত্ত সর্ত অনুসারে কোন ত্রিভুজ অঙ্কন অসম্ভব হইলে তাহার কারণ নির্দেশ কর।]

10. একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করিয়া উহার সূক্ষ্ম কোণগুলি মাপিয়া দেখ। তিনটি কোণের পরিমাণ যোগ করিয়া দেখ 180° হয় কিনা? এইরূপে প্রমাণ কর সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণ দুইটি পরস্পর অনুপূরক।

11. দুইটি বাহুর পরিমাণ 3·7″ ও 3·7″ এবং উহাদের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ 42°; ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। উহা কিরূপ ত্রিভুজ হইল? উহার অপর দুইটি কোণের পরিমাণ কত?

12. কয়েকটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করিয়া প্রমাণ কর যে স্থূলকোণী ত্রিভুজের একটির বেশী স্থূলকোণ থাকিতে পারে না।

13. সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণগুলির প্রত্যেকটির পরিমাণ কত?

14. একটি সমবাহু ত্রিভুজের তিন বাহুর সমষ্টি 6 সে. মি. দেওয়া আছে; ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

15. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের তিন বাহুর সমষ্টি 7 ইঞ্চি ও উহার ভূমির দৈর্ঘ্য 3 ইঞ্চি দেওয়া আছে; ত্রিভুজটি অঙ্কন করিয়া কোণগুলি পরিমাপ কর।

16. এমন একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর, যাহার সমান দুই বাহুর প্রত্যেকটি ভূমির তিন গুণ। কোণমানযন্ত্র সাহায্যে অঙ্কিত ত্রিভুজটির কোণগুলি পরিমাপ কর।

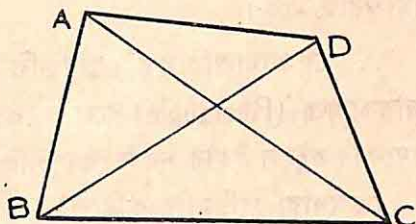
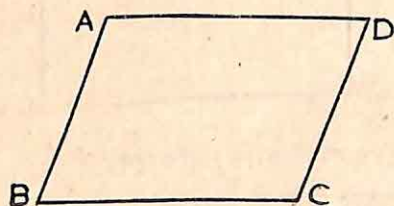
17. সমবাহু ও সমদ্বিবাহু ত্রিভুজদ্বয় অঙ্কিত করিয়া উহাদের সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্য পৃথকভাবে বুঝাইয়া দাও।

অষ্টম অধ্যায়

চতুর্ভুজ

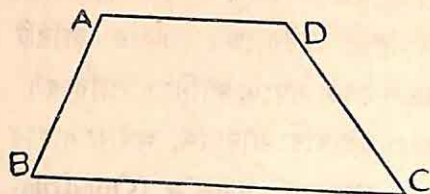
সরলরেখার দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্র নানাপ্রকার হইতে পারে। ত্রিভুজ তিনটি সরলরেখা দ্বারা বেষ্টিত সমতল ক্ষেত্র ; ইহার সম্বন্ধে পূর্ববর্তী অধ্যায়ে আলোচনা করা হইয়াছে। এবার চারিটি সরলরেখার দ্বারা সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্র সম্বন্ধে জানিতে পারিবে।

যে সমতল ক্ষেত্র চারিটি সরলরেখাদ্বারা সীমাবদ্ধ, অর্থাৎ যাহার চারিটি ভুজ বা বাহু আছে তাহাকে **চতুর্ভুজ (Quadrilateral)** বলে। যে সরলরেখা কোন চতুর্ভুজের বিপরীত দুই কৌণিক বিন্দুকে যোগ করে, তাহাকে চতুর্ভুজের **কর্ণ** (Diagonal) বলে।

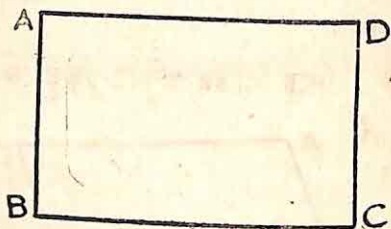
ABCD একটি চতুর্ভুজ ; AC ও BD উহার দুইটি কর্ণ।

নিম্নে বিভিন্ন প্রকার চতুর্ভুজের পরিচয় দেওয়া হইল।

1. যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল তাহাকে **সামান্তরিক** (Parallelogram) বলে।

ABCD একটি সামান্তরিক ; AB ও CD বিপরীত বাহুদ্বয়

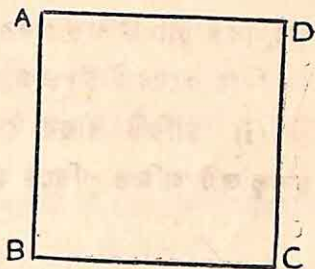
পরস্পর সমান্তরাল, পুনরায় AD ও BC বাহুদ্বয়ও পরস্পর সমান্তরাল। স্কেল ও কোণমানযন্ত্র সাহায্যে পরিমাপ করিলে দেখা যাইবে যে সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান এবং বিপরীত কোণগুলিও পরস্পর সমান।

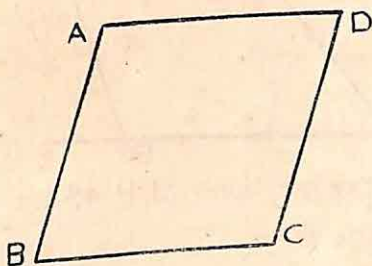
2. যে চতুর্ভুজের দুইটি মাত্র বিপরীত বাহু সমান্তরাল, কিন্তু অপর দুইটি বাহু সমান্তরাল নহে, তাহাকে ট্রাপিজিয়ম (Trapezium) বলে।

চিত্রে ABCD একটি ট্রাপিজিয়ম, উহার AD এবং BC বাহু সমান্তরাল; অপর বাহুদ্বয় সমান্তরাল নহে।

3. যে সামান্তরিকের কোণগুলি প্রত্যেকে সমকোণ, তাহাকে **আয়তক্ষেত্র** (Rectangle) বলে। কোন সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হইলে ইহার সকল কোণগুলিই সমান হইবে।

স্কেলদ্বারা পরিমাপ করিলে দেখা যাইবে যে আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান। ত্রিকোণীর সাহায্যে পরীক্ষা করিলে উহারা যে পরস্পর সমান্তরাল তাহা বুঝিতে পারিবে।

একটি চতুর্ভুজের চারিটি কোণের সমষ্টি চারি সমকোণের সমান; সুতরাং উহার তিনটি কোণ সমকোণ হইলে অবশিষ্ট কোণটিও সমকোণ হইবে। আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুগুলি সমান

হইলেই উহা বর্গক্ষেত্রে পরিণত হয়। বর্গক্ষেত্রের সংজ্ঞা নিম্নে দেওয়া হইল।

4. যে চতুর্ভুজের চারিটি বাহুই পরস্পর সমান এবং চারিটি কোণই সমকোণ তাহাকে **সমচতুর্ভুজ** বা **বর্গক্ষেত্র** (Square) বলে।

কোন আয়তক্ষেত্রের সকল বাহুগুলি সমান হইলেই উহা বর্গক্ষেত্রে পরিণত হয়। ABCD একটি বর্গক্ষেত্র।

5. যে চতুর্ভুজের চারিটি বাহুই পরস্পর সমান কিন্তু কোণগুলি সমকোণ নহে তাহাকে **রম্বস** (Rhombus) বলে।

রম্বসের একটি কোণ সমকোণ হইলে বাকী কোণগুলিও সমকোণ হইবে ও উহা বর্গক্ষেত্রে পরিণত হইবে।

আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও রম্বস ইহারা সকলেই বিশেষ প্রকার সামান্তরিক মাত্র।

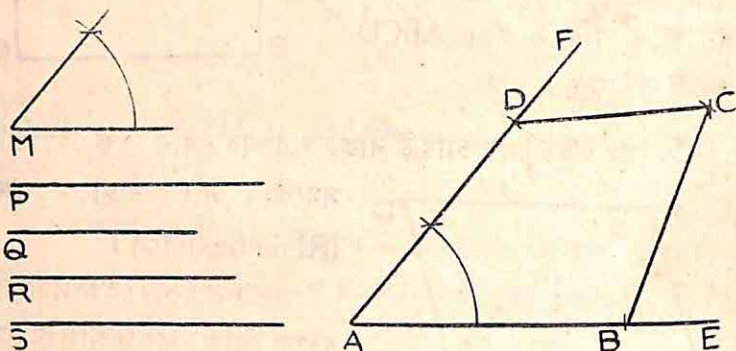
চতুর্ভুজ অঙ্কন

পূর্ববর্তী অধ্যায়ে ত্রিভুজ অঙ্কনপ্রসঙ্গে তোমরা জানিয়াছ যে ত্রিভুজের মোট ছয়টি বিভিন্ন অংশের মধ্যে অন্ততঃ তিনটি অংশ (তিনটি কোণ ব্যতীত) প্রদত্ত হইলে কোন ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব।

চতুর্ভুজের 4টি বাহু, 4টি কোণ এবং 2টি কর্ণ—এই দশটি অঙ্গ, ইহাদের মধ্যে অন্ততঃ **পাঁচটি** অঙ্গ প্রদত্ত না হইলে চতুর্ভুজ অঙ্কন অসম্ভব।

কেবলমাত্র তিনটি বাহু দেওয়া থাকিলে একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়, কিন্তু চারিটি বাহু প্রদত্ত হইলেই কোন চতুর্ভুজ আঁকা যায় না।

নিম্নে কয়েকটি চতুর্ভুজ অঙ্কনের প্রণালী দেওয়া হইল।

(i) চারিটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং একটি কোণ নির্দিষ্ট আছে ; চতুর্ভুজটি অঙ্কিত করিতে হইবে।

মনে কর, P,Q,R,S চারিটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং ∠M, P ও S-এর মধ্যবর্তী কোণ। চতুর্ভুজটি আঁকিতে হইবে।

অঙ্কন ঃ—যে কোন একটি সরলরেখা AE লও এবং ইহা হইতে P-এর সমান করিয়া AB অংশ কাটিয়া লও।

A বিন্দুতে AB রেখার সহিত ∠M-এর সমান করিয়া একটি কোণ EAF আঁক (কোণমানযন্ত্র সাহায্যে)।

AF হইতে S-এর সমান AD অংশ কাটিয়া লও।

D ও B-কে কেন্দ্র করিয়া যথাক্রমে Q এবং R দুইটি ব্যাসার্ধ লইয়া দুইটি বৃত্তচাপ আঁক (পেন্সিল কম্পাস সাহায্যে)।

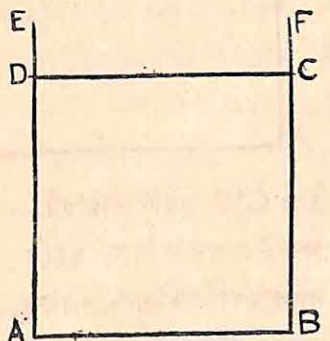
মনে কর, উভয় বৃত্তচাপ C বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিল।

CD ও CB যোগ কর।

তাহা হইলে ABCD উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ হইবে।

মন্তব্য ঃ—প্রদত্ত R ও Q রেখা দুইটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টি BD কর্ণের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বড় হওয়া চাই, নতুবা উহাদিগকে ব্যাসার্ধ লইয়া যে বৃত্তচাপ আঁকা হইবে তাহারা পরস্পর ছেদ করিবে না; ফলে আমরা C বিন্দুটি পাইব না এবং চতুর্ভুজটি আঁকাও সম্ভব হইবে না।

কোণমানযন্ত্র এবং স্কেল সাহায্যে কোণটি ও বাহুগুলির পরিমাপ লইয়া তোমার অঙ্কনের বিশুদ্ধতা পরীক্ষা করিতে পার।

(ii) **একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করিতে হইবে।**

মনে কর, AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা, ইহার উপর একটি বর্গক্ষেত্র আঁকিতে হইবে।

অঙ্কন ঃ—AB রেখার A বিন্দুতে AE একটি লম্ব অঙ্কন কর (ত্রিকোণীর সাহায্যে)।

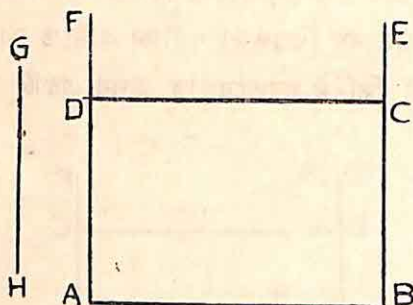
ঐরূপে B বিন্দুতে BF অপর একটি লম্ব অঙ্কন কর।

AE ও BF হইতে AB দৈর্ঘ্যের সমান করিয়া যথাক্রমে AD ও BC অংশ কাটিয়া লও।

DC যোগ কর।

তাহা হইলে ABCD নির্ণেয় বর্গক্ষেত্র হইল।

স্কেলের সাহায্যে পরিমাপ করিলে দেখিতে পাইবে যে CD-এর দৈর্ঘ্য AB-এর দৈর্ঘ্যের সমান হইয়াছে।

(iii) **দুইটি সন্নিহিত বাহু দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রটি অঙ্কন করিতে হইবে।**

মনে কর, AB এবং GH দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে ; আয়তক্ষেত্রটি অঙ্কন করিতে হইবে।

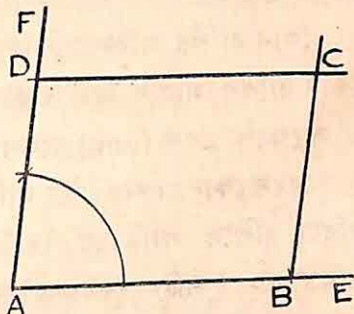
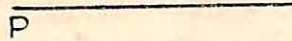
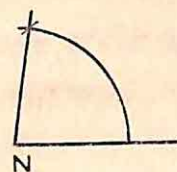
অঙ্কন :—AB সরলরেখার A এবং B বিন্দুতে যথাক্রমে AF ও BE দুইটি লম্ব অঙ্কন কর (ত্রিকোণীর সাহায্যে)।

AF ও BE হইতে GH সরলরেখার সমান করিয়া যথাক্রমে AD ও BC অংশ কাটিয়া লও।

DC যোগ কর।

স্কেল সাহায্যে মাপিয়া দেখ, DC-এর দৈর্ঘ্য AB-এর সমান হইয়াছে।

অতএব ABCD নির্ণেয় আয়তক্ষেত্র।

(iv) **কোন সামান্তরিকের দুই সন্নিহিত বাহু এবং উহাদের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ দেওয়া আছে ; সামান্তরিকটি অঙ্কন করিতে হইবে।**

মনে কর, P ও Q দুইটি সন্নিহিত বাহু এবং ∠N তাহাদের মধ্যবর্তী কোণ ; সামান্তরিকটি অঙ্কন করিতে হইবে।

অঙ্কন :—AE একটি সরলরেখা টান। ইহা হইতে P-এর সমান AB অংশ কাটিয়া লও।

AE সরলরেখার A বিন্দুতে ∠N-এর সমান করিয়া ∠EAF অঙ্কন কর।

AF হইতে Q-এর সমান করিয়া AD অংশ কাটিয়া লও।

B এবং D বিন্দু দিয়া যথাক্রমে AD এবং AB-এর সমান্তরাল দুইটি সরলরেখা অঙ্কন কর (ত্রিকোণীর সাহায্যে)।

মনে কর ঐ সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করিল।

তাহা হইলে ABCD ক্ষেত্রই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক হইবে।

মন্তব্য :—D এবং B-কে কেন্দ্র করিয়া যথাক্রমে AB এবং AD-

এর সমান ব্যাসার্ধ লইয়া দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করিয়া, উহাদের ছেদবিন্দুকে D ও B-এর সহিত যুক্ত করিলেও সামান্তরিকটি পাওয়া যাইবে।

আয়তক্ষেত্র এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

কোন রাশির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইলে, সেই জাতীয় অন্য কোন রাশির সাহায্য লইতে হয়; শেযোক্ত রাশিকে একক রাশি বা সংক্ষেপে একক (unit) বলে।

যেমন কোন রেখার দৈর্ঘ্য মাপিতে গেলে আমরা ইঞ্চিকে একক ধরিয়া বলিতে পারি যে রেখাটির দৈর্ঘ্য 36 ইঞ্চি; ফুটকে একক ধরিলে ঐ রেখাটির দৈর্ঘ্য হইবে 3 ফুট, আবার গজকে একক ধরিলে ঐ রেখার দৈর্ঘ্য 1 গজ হইবে।

বিভিন্ন একক গ্রহণ করায় ঐ একই রেখার দৈর্ঘ্যের বিভিন্ন মান পাওয়া যাইবে।

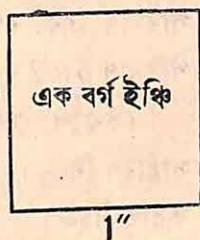
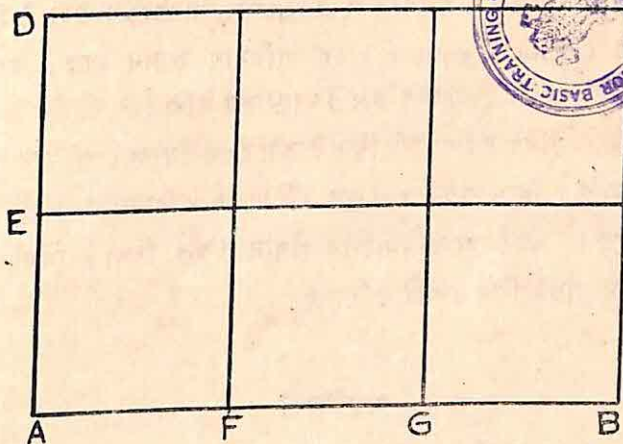
ক্ষেত্রফল বলিতে কোনও সমতল ক্ষেত্র তলের যতটুকু স্থান জুড়িয়া আছে তাহার পরিমাণ বুঝায়।

দৈর্ঘ্য মাপিবার জন্য নির্দিষ্ট এককের প্রয়োজন হয়; ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্যও নির্দিষ্ট এককের প্রয়োজন।

তবে ঐ একক অবশ্যই অন্য কোন ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রফল হইবে। যে কোন ক্ষেত্রফলকে অবশ্য এককভাবে লওয়া যায়। কিন্তু সাধারণতঃ ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য এক বর্গ ইঞ্চি, এক বর্গফুট, এক বর্গগজ প্রভৃতি একক ধরা হয়।

এক বর্গইঞ্চি পরিমাণ ক্ষেত্র বলিতে কি বুঝা যায় তাহা জানা প্রয়োজন।

এক ইঞ্চি পরিমিত একটি বাহুর উপর একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন কর। তাহা হইলে উহার দৈর্ঘ্য এক ইঞ্চি ও প্রস্থও এক ইঞ্চি হইবে। উহার পরিমাণ ফলকে এক বর্গইঞ্চি বলে। নিম্নের চিত্রসাহায্যে এক বর্গ ইঞ্চি সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা হইবে। এইরূপে এক ফুট দীর্ঘ ও এক ফুট প্রস্থ বর্গক্ষেত্রের অধিকৃত স্থানকে এক বর্গফুট বলে। বর্গগজ ও বর্গমাইলের ধারণা করা এখন সহজ হইবে। এইরূপ একক-সমূহের সাহায্যে আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করার বিশেষ সুবিধা হয়।

1″ এক বর্গ ইঞ্চি
1″

মনে কর, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র ; ইহার দৈর্ঘ্য AB = 3″, প্রস্থ AD = 2″। AB দৈর্ঘ্যকে সমান তিনভাগে ভাগ করিয়া F ও

G বিন্দু ও AD প্রস্থকে সমান দুইভাগে ভাগ করিয়া E বিন্দু স্থাপন কর। F, G ও E বিন্দু হইতে যথাক্রমে AB ও AD-এর

উপর লম্ব টানিয়া আয়তক্ষেত্রটিকে ছয়টি ভাগে বিভক্ত কর। AF, FG, GB প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য এক ইঞ্চি। আবার AE ও ED প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য এক ইঞ্চি। অতএব আয়তক্ষেত্রটি ছয়টি সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রে বিভক্ত হইয়াছে। প্রত্যেকটি বর্গক্ষেত্রেরই পরিমাণ এক বর্গ ইঞ্চি। অতএব আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের পরিমাণ 3×2 বা 6 বর্গ ইঞ্চি।

এইরূপে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গুণফল দ্বারা ক্ষেত্রফল নির্ণয় করাই সাধারণ নিয়ম। এই নিয়মের সাহায্যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করাও সহজ।

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ ;

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

অথবা দৈর্ঘ্য × দৈর্ঘ্য (দৈর্ঘ্য = প্রস্থ বলিয়া)

মনে রাখিবে 3 বর্গইঞ্চি (3 square inches) এবং 3 ইঞ্চি বর্গক্ষেত্র (3 inch square) এর পরিমাণ সমান নহে; কারণ 3 ইঞ্চি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 3×3 বা 9 বর্গ ইঞ্চি।

গণনার সুবিধার জন্য উল্লিখিত প্রকারে ক্ষেত্রফলের পরিমাণ করা হইয়া থাকে ; কিন্তু অন্যবিধ একক ধরিয়া যে পরিমাণ করা যায় না, এমন নহে। বঙ্গদেশে ভূমিমাপের প্রধান একক বিঘা ; বিঘা ৪০ হাত দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র।

অনুশীলনী

1. প্রদত্ত অংশগুলির সাহায্যে চতুর্ভুজ অঙ্কন কর :—

(i) $AB = 6{\cdot}3$ সে. মি, $\angle B = 82^\circ$, $BC = 8{\cdot}2$ সে. মি, $\angle C = 90^\circ$, $CD = 7{\cdot}7$ সে. মি ; ABCD চতুর্ভুজ অঙ্কন কর।

(ii) $AB=3.4''$, $BC=2.2''$, $AD=2.9''$, $\angle A=68°$, $\angle B=86°$; ABCD চতুর্ভুজ অঙ্কন কর।

(iii) $\angle A=67°$, $\angle B=113°$, $\angle D=46°$, $AB=5.3$ সে. মি. $AD=8.6$ সে. মি.।

(iv) $AB=1.9''$, $BD=1.7''$, $CD=2''$, $\angle ABD=118°$, $\angle BDC=23°$; ABCD চতুর্ভুজ অঙ্কন কর।

(v) $AB=2.3''$, $BC=2.1''$, $CD=3.3''$, $DA=1.5''$, $BD=3.4''$; ABCD চতুর্ভুজ অঙ্কন কর।

(vi) $AB=BC=CD=DA=5.1$ সে. মি., $AC=9.2$ সে. মি. ; ABCD চতুর্ভুজ অঙ্কন কর।

2. চিত্র সাহায্যে সংজ্ঞা বুঝাইয়া দাও :—
বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র, রম্বস, সামান্তরিক, ট্রাপিজিয়ম।

3. $AB=3''$, $BC=4''$, $CD=3.7''$, $DA=3.2''$ এবং $BD=3.9''$; ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন করিয়া $\angle A$ ও $\angle C$ কোণদ্বয় পরিমাপ কর।

4. $2.3''$ বাহুবিশিষ্ট এবং $1.7''$ একটি কর্ণযুক্ত একটি রম্বস অঙ্কন কর। অপর কর্ণটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুতে যে কোণগুলি উৎপন্ন হইল উহারা কিরূপ কোণ ?

5. নিম্নে চতুর্ভুজের বাহুগুলির ও একটি কোণের পরিমাণ দেওয়া আছে ; চতুর্ভুজগুলি আঁক :—

(a) $1.8''$, $2.2''$, $2''$, $1.4''$ ও $45°$।

(b) $2''$, $1.5''$, $1.4''$, $1.2''$ ও $60°$।

6. দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য এবং উহাদের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ দেওয়া হইল ; সামান্তরিকগুলি অঙ্কন কর :—

(a) 6.3 সে. মি. 5.1 সে. মি. $34°$।

(b) 10.4 সে. মি. 2.6 সে. মি. $116°$।

7. AB=CD=4·7 সে. মি. AD=BC=7·2 সে. মি. $\angle A=85^\circ$; ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ইহা কি একটি সামান্তরিক হইবে?

8. দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া হইল; আয়তক্ষেত্রগুলি অঙ্কন কর :—

(a) 7·3 সে. মি. 3·7 সে. মি.; (b) 2·3″ ও 5 3″; (c) 8·6 সে. মি. ও 11·2 সে. মি। কর্ণগুলির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

9. কয়েকটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ দেওয়া হইল; বর্গক্ষেত্রগুলি অঙ্কন কর :—

(a) 5·6 সে. মি, (b) 3·2″, (c) 2·5″, (d) 4 সে. মি।

10. বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুতে কিরূপ কোণ উৎপন্ন হয়?

11. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 36 বর্গফুট; উহার এক বাহু 12 ফুট হইলে অপর বাহুর পরিমাণ কত?

12. 4″ দৈর্ঘ্য ও 3″ প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হইবে? 6 সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

13. 6 ইঞ্চি দৈর্ঘ্য ও 4 ইঞ্চি প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? দৈর্ঘ্য ঠিক রাখিয়া মোট ক্ষেত্রফল এর পরিমাণ 12 বর্গ ইঞ্চি বৃদ্ধিপ্রাপ্ত হইলে প্রস্থ কত বর্ধিত করিতে হইবে? ঐ অবস্থায় আয়তক্ষেত্রটিকে কিরূপ ক্ষেত্র বলিবে?

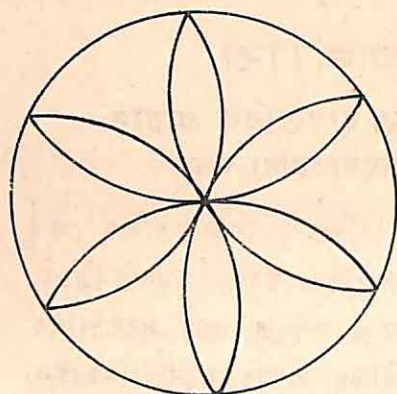
নবম অধ্যায়

জ্যামিতিক চিত্রসমূহের ব্যবহারিক প্রয়োগ

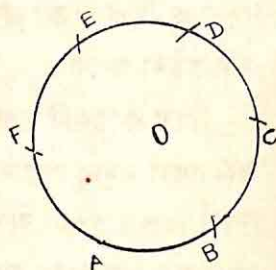
নমুনা (ডিজাইন) ও নক্‌সা (প্লান) অঙ্কন

পূর্ববর্তী অধ্যায়সমূহে তোমরা বিভিন্ন প্রকার সামতলিক ক্ষেত্র ও তাহাদের অঙ্কনপদ্ধতির সহিত পরিচিত হইয়াছ। সমবাহু ত্রিভুজ, আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, সুষম যড়ভুজ ও অন্যান্য সুষম সরলরৈখিক ক্ষেত্র এবং বৃত্তের চিত্র সাহায্যে বিভিন্ন প্রকার নমুনা (ডিজাইন) অঙ্কন করা যায়। এই প্রকার অঙ্কনকার্যে পূর্ববর্তী অধ্যায়গুলিতে জ্ঞাত অঙ্কন-প্রণালীসমূহের প্রয়োগ আবশ্যক হইবে। ব্যবহারিক ক্ষেত্রে আলপনা, সূচীশিল্প, শাড়ীর পাড়ের প্যাটার্ন ও অন্যান্য বিবিধ প্রকার কারুকার্য ও আলঙ্কারিক প্রয়োজনে এই সকল নমুনার ব্যবহার দেখা যায়। অঙ্কনকার্যের জটিলতা অনুসারে সরল নমুনা ও মিশ্র বা জড়োয়া (Interlacing) নমুনাসকলের শ্রেণীবিভাগ করা হইয়া থাকে।

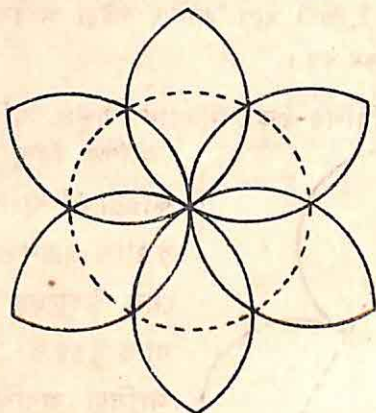
নিম্নে কয়েকটি সরল নমুনার অঙ্কনপদ্ধতি বর্ণনা করা হইল। এই সকল নমুনা অঙ্কনের সময় বিভিন্ন প্রকার জ্যামিতিক ক্ষেত্রগুলির অঙ্কন বিশুদ্ধ হওয়া অত্যাবশ্যক। ফুট্‌কি দ্বারা চিহ্নিত রেখাগুলি যথাসম্ভব সূক্ষ্মভাবে অঙ্কন করিতে হইবে, কারণ নমুনাটির অঙ্কনকার্যে ঐ রেখাসমূহ সহায়ক মাত্র ; অঙ্কন শেষ হইলে ফুট্‌কি দ্বারা চিহ্নিত রেখাগুলি মুছিয়া ফেলিলেই প্রকৃত নমুনাটি পাওয়া যাইবে।

(a) 1″ ব্যাসার্ধ লইয়া যে কোন বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া একটি বৃত্ত অঙ্কন কর। বৃত্তের পরিধিটিকে ছয়টি বিন্দু চিহ্ন দ্বারা ছয়টি সমান অংশে বিভক্ত কর। পুনরায় প্রত্যেক বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া 1 ইঞ্চি ব্যাসার্ধ লইয়া এরূপভাবে ছয়টি বৃত্তচাপ অঙ্কিত কর যেন তাহাদের প্রান্তবিন্দুগুলি প্রথমোক্ত বৃত্তের পরিধি দ্বারা সীমাবদ্ধ হয়। তাহা হইলে প্রদত্ত চিত্রানুসারে 'a' নমুনাটি অঙ্কিত হইল।

a

অনুশীলন ঃ—2 ইঞ্চি ব্যাসার্ধ লইয়া বৃত্ত ও বৃত্তচাপগুলি অঙ্কন করিয়া নমুনাটি অঙ্কন কর।

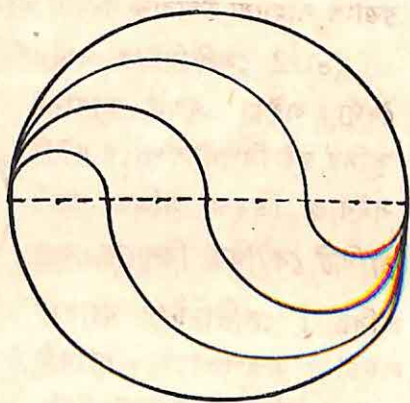
বিশেষ দ্রষ্টব্য ঃ—কোন বৃত্তের পরিধিকে সমান ছয় অংশে বিভক্ত করিতে হইলে প্রথমে পরিধির উপর A একটি বিন্দু লও। ঐ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া বৃত্তটির ব্যাসার্ধের সমান [AO-এর সমান] ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর ; ঐ বৃত্তচাপ পরিধিকে B বিন্দুতে ছেদ করিল ; উহাকে কেন্দ্র করিয়া অনুরূপভাবে C বিন্দু বাহির কর। এইরূপে প্রাপ্ত A,B,C,D,E,F এই ছয়টি বিন্দু দ্বারা পরিধিটি সমান ছয় অংশে বিভক্ত হইবে।

(b) ·6″ ব্যাসার্ধ লইয়া ফুটকি চিহ্নিত রেখা দ্বারা একটি বৃত্ত অঙ্কন করিয়া উহার পরিধি ছয়টি বিন্দু দ্বারা ছয়টি সমান অংশে বিভক্ত কর। ঐ বিন্দুগুলিকে কেন্দ্র করিয়া ·6″ ব্যাসার্ধ লইয়া

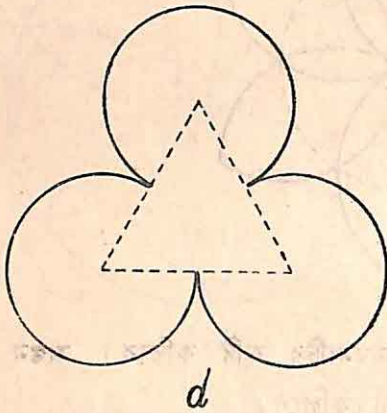
বৃত্তাংশ অঙ্কিত করিলে প্রতি দুইটি চাপের দুইটি করিয়া প্রান্তবিন্দু

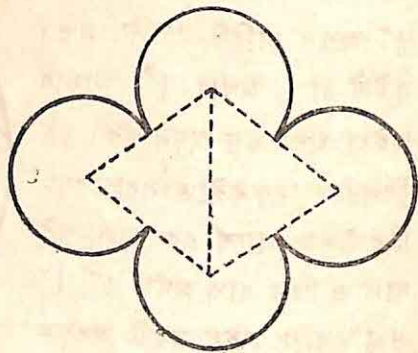
b

একবিন্দুতে মিলিত হইয়া 'b' নমুনাটির সৃষ্টি করিবে। অঙ্কন শেষে ফুট্‌কি চিহ্নিত রেখাটি মুছিয়া ফেলিবে।

অনুশীলন :—1·4 ইঞ্চি ব্যাসার্ধ লইয়া উপরোক্ত নমুনানুসারে অপর একটি নমুনা অঙ্কন কর।

(c) একটি সরলরেখার উপর $\frac{1}{2}''$ অন্তর চারিটি 'ধাপ' লও। দুইটি ধাপ অর্থাৎ $1''$ ব্যাসার্ধ লইয়া প্রথম বৃত্ত অঙ্কন কর। দুই বিপরীত দিক হইতে সরলরেখাটির উভয় পার্শ্বে এক ধাপ, দুই ধাপ ও তিন ধাপ অর্থাৎ $\frac{1}{2}''$, $1''$ ও $\frac{3}{2}''$ ব্যাস লইয়া ছয়টি অর্ধবৃত্ত অঙ্কন কর। এখন ফুট্‌কি চিহ্নিত সরলরেখাটি মুছিয়া ফেলিলে 'c' নমুনাটি অঙ্কিত হইবে।

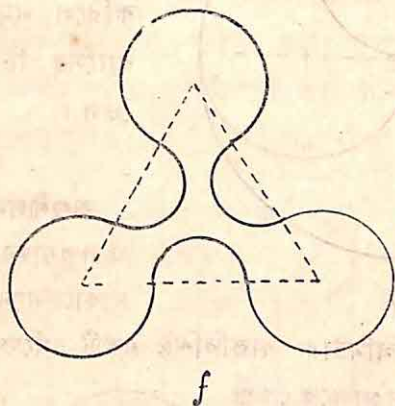
c

অনুশীলন :—½" অন্তর আটটি ধাপ লইয়া চারি ধাপ ব্যাসার্ধ লইয়া প্রথম বৃত্তটি এবং 1, 2, ও 3 ধাপ ব্যাসার্ধ লইয়া অর্ধবৃত্তগুলি অঙ্কন করিয়া অপর একটি নমুনা অঙ্কন কর।

(d) 1" বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর ; উহার কৌণিক বিন্দু তিনটিকে কেন্দ্র করিয়া ½" ব্যাসার্ধ লইয়া তিনটি বৃত্তাংশ এরূপভাবে অঙ্কিত কর যেন উহাদের প্রান্ত বিন্দুগুলি বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দুগুলিতে আসিয়া অবস্থিত হয়। এখন অন্তর্বর্তী ফুটকি দ্বারা চিহ্নিত সমবাহু ত্রিভুজটিকে মুছিয়া ফেলিলে 'd' নমুনাটি পাওয়া যাইবে।

অনুশীলন :—2 ইঞ্চি বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ এবং 1" ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাংশ সাহায্যে উপরোক্ত নমুনাটি অঙ্কন কর।

(e) 2 সেন্টিমিটার বাহুর দৈর্ঘ্য লইয়া একই সাধারণ ভূমির তুই বিপরীত পার্শ্বে তুইটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর। চারিটি কৌণিক বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া 1 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া এরূপভাবে চারিটি বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর যেন উহাদের তুইটি প্রান্তবিন্দু বাহুগুলির মধ্যবিন্দুর সহিত আসিয়া মিলিত

হয়। অন্তর্বর্তী সমবাহু ত্রিভুজদ্বয়ের ফুট্‌কি চিহ্নিত পরিসীমা মুছিয়া ফেলিলে 'e' নমুনাটি অঙ্কিত হইল।

অনুশীলন ঃ— সমবাহু ত্রিভুগুলির বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেন্টিমিটার এবং বৃত্তাংশের ব্যাসার্ধ 2 সেন্টিমিটার ধরিয়া পরিবর্ধিত আকারে নমুনাটি অঙ্কন কর।

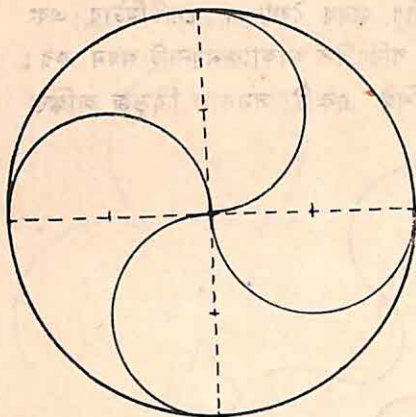
(f) 3 সেন্টিমিটার বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত

f

কর। বাহুগুলির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ঐ মধ্যবিন্দুগুলিকে কেন্দ্র করিয়া ·6 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া ত্রিভুজটির অন্তর্দেশে তিনটি অর্ধবৃত্ত অঙ্কন কর। এক্ষণে ত্রিভুজটির কৌণিক বিন্দুগুলিকে কেন্দ্র করিয়া ·9 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া তিনটি বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। দেখিতে পাইবে যে বৃত্তাংশগুলির প্রান্তবিন্দুগুলি সংলগ্ন অর্ধবৃত্ত-গুলির প্রান্তবিন্দুর সহিত মিলিত হইয়াছে। এইরূপে 'f' নমুনাটি অঙ্কিত হইল। ফুট্‌কি চিহ্নিত সমবাহু ত্রিভুজটির পরিসীমা মুছিয়া ফেল।

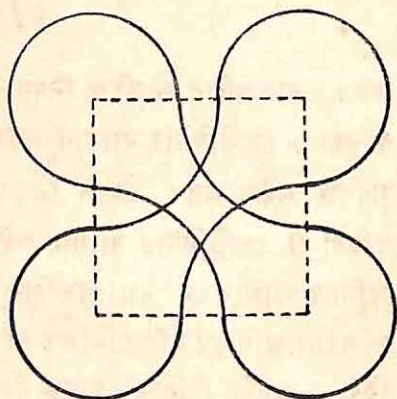
অনুশীলন ঃ— 6 সেন্টিমিটার বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর।

(i) 1·2 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া অন্তর্বর্তী অর্ধবৃত্তগুলি এবং 1·8 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া বহিঃস্থ বৃত্তাংশগুলি অঙ্কন করিয়া নমুনাটি অঙ্কন কর।

(ii) অর্ধবৃত্তগুলির ব্যাসার্ধ 1·5 সেন্টিমিটার এবং বৃত্তাংশের ব্যাসার্ধ 1·5 সেন্টিমিটার লইয়া ঐ একই সমবাহু ত্রিভুজের সাহায্যে নমুনাটি অঙ্কন কর।

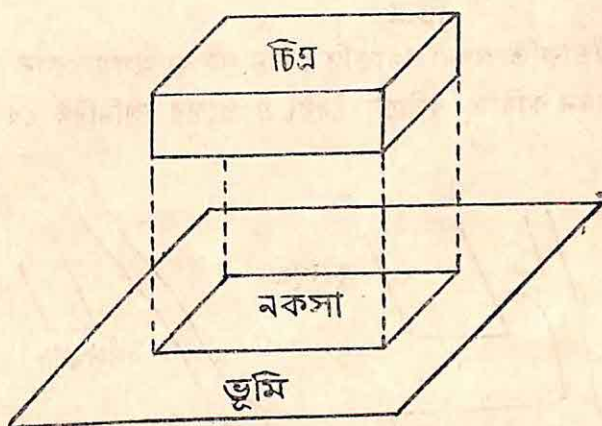
(g) 1·1 ইঞ্চি ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্ত অঙ্কন করিয়া পরস্পর লম্ব এমন দুইটি ব্যাস লও। ব্যাসার্ধগুলির উপর চিত্রানুসারে চারিটি অর্ধবৃত্ত অঙ্কন করিলে নমুনাটি পাইবে। ব্যাসের চিহ্নগুলি মুছিয়া ফেল।

g

অনুশীলন :— 2″ ব্যাসার্ধ লইয়া বৃত্তাঙ্কন করিয়া পরিবর্ধিত আকারে নমুনাটি অঙ্কন কর।

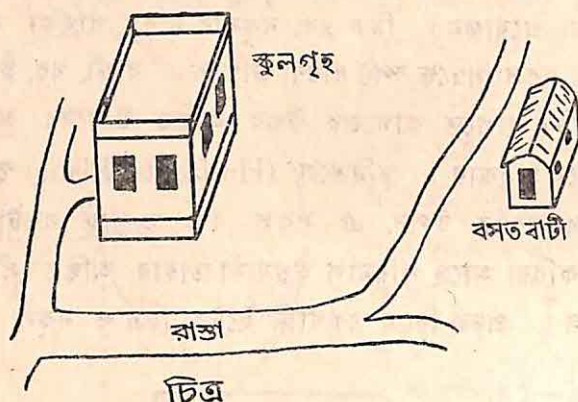
(h) 27 মিলিমিটার বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত কর। উহার কৌণিক বিন্দুগুলিকে কেন্দ্র করিয়া 11 মিলিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া বহির্দিকে চারিটি বৃত্তাংশ অঙ্কন কর; পুনরায় 16 মিলিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া অন্তর্দিকে চারিটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার চিহ্ন মুছিয়া ফেলিলে নমুনাটি পাওয়া যাইবে।

h

অনুশীলন :— 5 সেন্টিমিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করিয়া 2 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া বহিঃস্থ ও 3 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ লইয়া অন্তঃস্থ বৃত্তচাপগুলি অঙ্কন করিয়া নমুনাটি অঙ্কিত কর।

নক্সা অঙ্কন

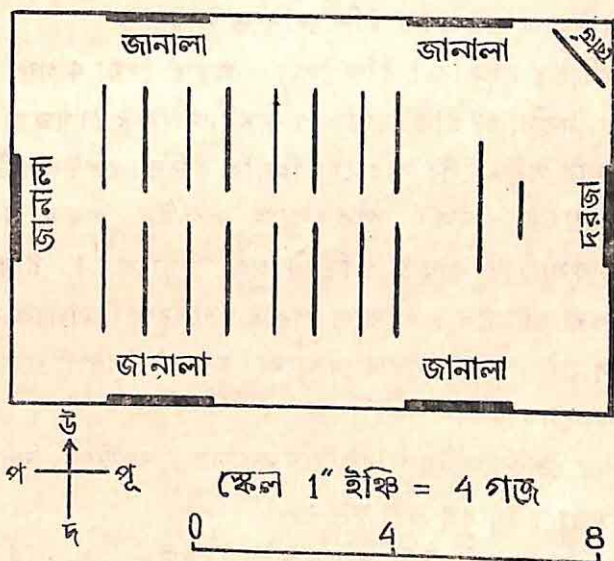
নক্সা অঙ্কনের প্রণালী জানিবার পূর্বে নক্সা কাহাকে বলে তাহা জানা প্রয়োজন। চিত্র এবং নক্সার মধ্যে পার্থক্য বুঝিতে পারিলেই নক্সা সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা জন্মিবে। বাড়ী, ঘর, ইট, বই প্রভৃতির **চিত্র** বলিতে কাগজের উপর অঙ্কিত উহাদের অবিকল প্রতিকৃতিকেই বুঝায়। ভূমিতলে (Horizontal Plane) স্থাপিত ক্ষুদ্র কাগজখণ্ডের উপর, ঐ সকল বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে যতটা স্থান অধিকার করিয়া আছে পরিমাপ অনুযায়ী তাহার অঙ্কিত সীমাকে **নক্সা** বলে। প্রদত্ত চিত্রে একখানি ইটের চিত্র ও নক্সা অঙ্কন

করিয়া দেখান হইল। উহা হইতে চিত্র ও নক্সার পার্থক্য লক্ষ্য কর। তোমার জ্যামিতি বইখানি কাগজের উপর কাটিয়া করিয়া উহার চারিটি সীমা বরাবর পেন্সিল দিয়া দাগ স্থাপন বইখানি উঠাইয়া লইলে কাগজের উপর অঙ্কিত সীমাটি জ্যামিতি বইএর একটি নক্সা হইবে। তোমার বসতবাড়ী হইতে স্কুল

পর্যন্ত স্থানের একটি চিত্র এবং নক্সা নিম্নে প্রদত্ত হইল। উহা হইতে চিত্র এবং নক্সার পার্থক্য স্থির করিতে পারিবে।

চিত্র

আয়তাকৃতি অথবা বর্গাকৃতি কোন গৃহ বা অপর কোন স্থানের নক্সা অঙ্কন করিতে বলিলে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনির্দিষ্ট যে কোন

নকসা

পরিমাপ লইয়া একটি আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করিলেই চলিতে পারে। এই সকল সহজ নক্সা অঙ্কনকালে তোমরা পূর্বে আয়তক্ষেত্র এবং বর্গক্ষেত্র অঙ্কনের যে প্রণালী জানিয়াছ তাহা প্রয়োগ প্রয়োজন হইবে।

কিন্তু দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের প্রকৃত দূরত্বের সহিত নক্‌সার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত স্থির করিয়া নক্‌সা অঙ্কনকে স্কেল অনুসারে অঙ্কন বলে এবং এই নির্দিষ্ট অনুপাতকে স্কেল (scale) বলে। নীচে তোমাদের শ্রেণীকক্ষের একখানি নক্‌সা দেওয়া হইয়াছে। নক্‌সাটিতে শ্রেণীকক্ষের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত দেখান আছে তাহা মাপিয়া স্থির কর। দেখিবে দৈর্ঘ্য = 3 ইঞ্চি ও প্রস্থ = 2 ইঞ্চি।

শ্রেণীকক্ষটির প্রকৃত দৈর্ঘ্য ছিল 12 গজ এবং প্রস্থ ছিল 8 গজ। কিন্তু 12 গজ লম্বা এবং 8 গজ চওড়া নক্‌সা অঙ্কন করিতে হইলে অনেক বড় কাগজের প্রয়োজন। এইরূপ বড় নক্‌সা অঙ্কন অসুবিধা-জনক। সেইজন্য দৈর্ঘ্য-প্রস্থের অনুপাত ঠিক রাখিয়া শ্রেণীকক্ষের প্রকৃত আয়তনকে কাগজে ছোট করিয়া নক্‌সা অঙ্কন করিয়া দেখান হইয়াছে।

শ্রেণীকক্ষটির মূল দৈর্ঘ্য 12 গজকে নক্‌সায় 3 ইঞ্চি দীর্ঘ সরল-রেখার সাহায্যে দেখানো হইয়াছে।

অতএব নক্‌সার 3 ইঞ্চি দৈর্ঘ্য = প্রকৃত 12 গজ দৈর্ঘ্য

∴ " 1 ইঞ্চি দৈর্ঘ্য = প্রকৃত $\frac{12}{3}$ বা 4 গজ দৈর্ঘ্য

ইহা দ্বারা বুঝা গেল যে, নক্‌সার প্রতি 1 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যের সাহায্যে প্রকৃত 4 গজ দৈর্ঘ্য নির্দেশ করা হইয়াছে। এখন নক্‌সাটির প্রস্থ মাপিলে উহার পরিমাণ 2 ইঞ্চি দেখিতে পাইবে।

যেহেতু নক্‌সার 1 ইঞ্চি দৈর্ঘ্য = প্রকৃত দৈর্ঘ্য 4 গজ

∴ নক্‌সার 2 ইঞ্চি দৈর্ঘ্য = প্রকৃত দৈর্ঘ্য (4 × 2) গজ বা 8 গজ।

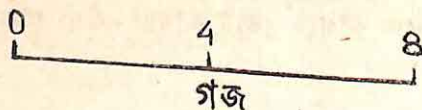
নক্‌সার পরিমাপের সাহায্যে হিসাব করিয়া শ্রেণীকক্ষটির প্রস্থ 8 গজ পাওয়া গেল। প্রকৃতপক্ষে কক্ষটির প্রস্থও 8 গজ। অঙ্কিত নক্‌সাটিতে প্রকৃত প্রতি 4 গজ দৈর্ঘ্যকে 1 ইঞ্চি দ্বারা নির্দেশ করা হইয়াছে। এইরূপে প্রকৃত দূরত্বের পরিমাপকে নক্‌সায় যে অনুপাতে ছোট করিয়া দেখানো হয় ঐ অনুপাতকে স্কেল (scale) বলে।

উপরে শ্রেণীকক্ষটির পরিকল্পিত নক্‌সার স্কেলটিকে নিম্নলিখিত বিভিন্ন উপায়ে নির্দেশ করা যায় ঃ—

(a) স্কেল – 1 ইঞ্চি = 4 গজ, (b) স্কেল = $\frac{1}{144}$; [4 গজ = 4 × 3 × 12 ইঞ্চি = 144; 1 ইঞ্চি দ্বারা 144 ইঞ্চি দৈর্ঘ্য বুঝান হইতেছে বলিয়া স্কেলটি ঐরূপে লেখা হহল। ইংরাজীতে এই ভগ্নাংশ টিকে Representative Fraction বা সংক্ষেপে R. F. বলা হয়।]

স্কেল

0 4 8

গজ

নক্সা অঙ্কনের পর উহার পার্শ্বে, নীচে বা উপরে পূর্বোক্ত অঙ্কনের পর উহার স্কেলের উল্লেখ করিতে হয়। নক্সায় কেবলমাত্র স্কেলের উল্লেখ করিলেই উহার বিবরণ শেষ হইল না। শ্রেণীকক্ষটি কোন্ দিকে লম্বালম্বি অথবা চওড়া অবস্থায় আছে নক্সায় তাহাও বুঝাইয়া দেওয়া প্রয়োজন। সেজন্য তীরচিহ্ন দ্বারা চারিটি দিক নির্দেশ করিয়া দেওয়া হয়। পরিকল্পিত নক্সাখানি লক্ষ্য করিলে ইহা বুঝিতে পারিবে। সকল সময়ে চারিটি দিক নির্দেশেরও কোন প্রয়োজন হয় না, কারণ যে কোন একটি দিক নির্দেশ করিলেই বাকী দিকগুলিও নির্দিষ্ট হইয়া যায়।

অনুশীলনী

1. চিত্র ও নক্সার পার্থক্য বুঝাইয়া দাও। স্কেল কাহাকে বলে? প্রকৃত 1 মাইল দূরত্বকে নক্সায় 1 ইঞ্চির সমান ধরা হইল; ঐ নক্সাটির স্কেলটি কি উপায়ে নির্দেশ করিবে?

2. কোন মানচিত্রে প্রকৃত এক মাইল দূরত্ব এক ইঞ্চির সাহায্যে নির্দেশ করা হইলে 6", 3", 4·5", 3·6" দ্বারা প্রকৃত কত দূরত্ব নির্দিষ্ট হইবে?

মানচিত্রের স্কেল—2" = 1 মাইল হইলে উপরিলিখিত দৈর্ঘ্যগুলির সাহায্যে প্রকৃত কত দূরত্ব বুঝা যাইবে?

3. স্কেল—$\frac{1}{2}$" = 1 মাইল ধরিয়া, 6 মাইল, 9 মাইল এবং 5 মাইল নির্দেশ করিবার জন্য তিনটি সরলরেখা অঙ্কন কর।

4. স্কেল—1" = 4 মাইল ধরিয়া, 16 মাইল, 10 মাইল এবং 5 মাইল বুঝাইবার জন্য তিনটি সরলরেখা অঙ্কন কর।

5. নিম্নের স্কেলটি দেখিয়া প্রদত্ত সরলরেখাগুলি দ্বারা কত কত প্রকৃত দৈর্ঘ্য বুঝায় তাহা নির্ণয় কর :—

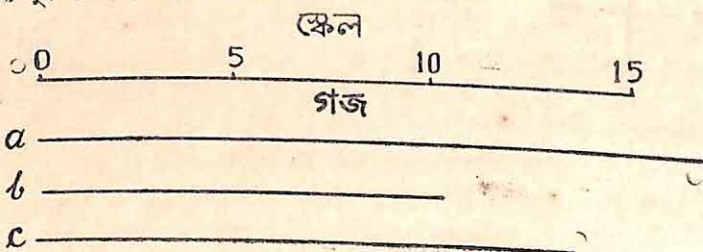
স্কেল

0 5 10 15

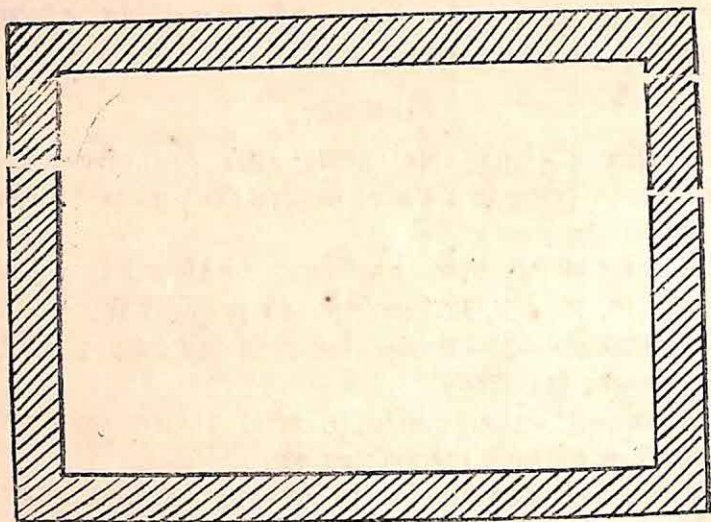
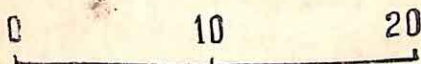
গজ

a ————————————————

b ————————

c ——————————————

6. একটি বাগানের নকসায় $\frac{1}{10}$ ইঞ্চির সাহায্যে প্রকৃত 1 গজ দূরত্ব নির্দেশ করা হইলে ঐ স্কেল অনুসারে নিম্নলিখিত প্রকৃত দৈর্ঘ্যগুলি নির্দেশ করিবার জন্য সরলরেখা অঙ্কন করিয়া দেখাও :—

(a) 60 গজ, (b) 45 গজ, (c) 26 গজ, (d) 12 গজ।

7. নিম্নে একটি আয়তাকার পুকুর ও উহার চারিপাশের একটি রাস্তার নক্সা দেওয়া হইল। নক্সা হইতে পরিমাপ করিয়া প্রদত্ত স্কেলের সাহায্যে পুকুরটির প্রকৃত দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং রাস্তার প্রস্থ নির্ণয় কর। পুকুরটির ক্ষেত্রফল কত?

৪. নিম্নে একটি শয়নঘরের নক্সা দেওয়া হইল :—

জানালা জানালা জানালা জানালা দরজা দরজা উ

(a) ঘরটি কোন্ দুয়ারী ?

(b) প্রতি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ·6 ইঞ্চি হইলে নক্সাটির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ কত ইঞ্চি নির্ণয় কর।

(c) শয়নঘরটির প্রকৃত দৈর্ঘ্য 15 ফুট হইলে উহার প্রকৃত প্রস্থ কত হইবে ?

(d) নক্সাটির স্কেল বিভিন্ন উপায়ে নির্দেশ করিয়া দেখাও।

9. নিম্নলিখিতগুলির নক্সা অঙ্কন কর :—

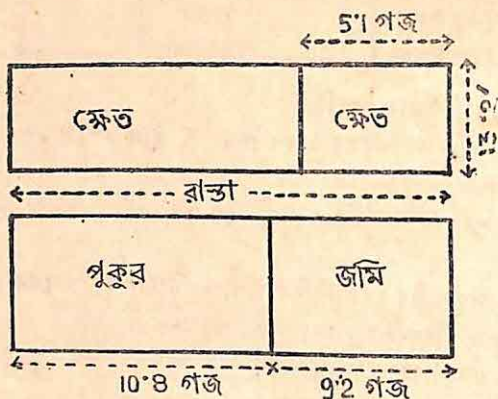
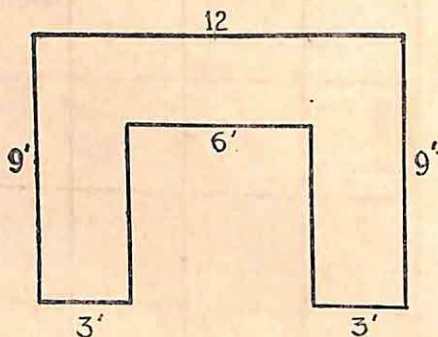
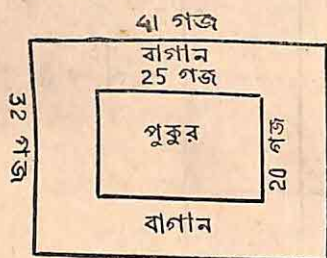
(a) তোমাদের খেলার মাঠ ;

(b) তোমাদের সবজিক্ষেত ;

(c) তোমাদের বিদ্যালয় গৃহ।

10. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য 30 ফুট এবং প্রস্থ 28 ফুট ; স্কেল—1 সেঃ মিঃ=2 ফুট ধরিয়া ঘরটির একটি নক্সা অঙ্কন কর। চারি দেওয়াল হইতে সমান দূরে ঘরটির মাঝামাঝি জায়গায় 6 ফুট লম্বা এবং 4 ফুট চওড়া একখানি টেবিল [ঘরের দৈর্ঘ্যের বরাবর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের বরাবর প্রস্থ রাখিয়া] স্থাপন করিয়া নক্সাতে উহা দেখাইয়া দাও।

11. একটি শ্রেণীকক্ষের দৈর্ঘ্য $22\frac{1}{2}$ গজ ও প্রস্থ $17\frac{1}{2}$ গজ। স্কেল—1 ইঞ্চি = 5গজ ধরিয়া কক্ষটির একটি নক্সা অঙ্কন কর।

12. ছক কাগজে যে কোন স্কেল ব্যবহার করিয়া নিম্নের চিত্রগুলি অঙ্কন কর। প্রতি ক্ষেত্রেই স্কেলের উল্লেখ করিবে।

13. 100 গজ ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার মাঠের কেন্দ্র হইতে 30 গজ দূরে একটি খোঁটা পোঁতা আছে, ঐ খোঁটায় 10 গজ দীর্ঘ দড়ির সাহায্যে একটি ছাগল বাঁধা আছে। স্কেল—1 সেন্টিমিটার = 10 গজ ধরিয়া ছাগলটি যে পরিমাণ জমির ঘাস খাইতে পারিবে তাহার নক্‌সাসহ সম্পূর্ণ মাঠটির একটি নক্‌সা অঙ্কন কর।

সমাপ্ত